MŰEGYETEM 1782

TÁJÉKOZTATÓ A BME TERMÉSZETTUDOMÁNYI KARÁRA

MATEMATIKUS MESTERSZAKRA

FELVÉTELT NYERT HALLGATÓK SZÁMÁRA

2017

Tartalomjegyzék

Kedves Matematikus Hallgató!

Szeretettel köszöntöm abból az alkalomból, hogy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME vagy népszerű nevén a Műegyetem) polgára lett. Külön örülök annak, hogy tanulmányaihoz a Természettudományi Kart választotta, hiszen hosszú évek óta nagy hangsúlyt fektetünk arra, hogy a tőlünk kikerülő hallgatók világszínvonalú tudással bárhol megállják a helyüket és itthon vagy akár külföldön öregbítsék országunk jó hírét. Nemzetközi hírű professzorainkkal, kutatásban és oktatásban kiterjedt tapasztalatokkal rendelkező tanártársaimmal arra törekszünk, hogy Önnel együttműködve, közös erőfeszítéssel, a tudása mélyüljön, látóköre szélesedjen és képzése során sok hasznos ismeretre tegyen szert. A Karhoz tartozó oktatási egységek igen sok külföldi egyetemmel alakítottak ki élénk és nagyon eredményes oktatási és kutatási együttműködést. Ennek révén a magasabb évfolyamos hallgatók egy részének lehetőséget nyújtunk arra, hogy tanulmányaik bizonyos szakaszát külföldi egyetemeken folytathassák.

Célunk, hogy amikor majd kézhez veszi MSc diplomáját, az elhelyezkedés ne jelenthessen gondot és olyan munkát választhasson, ami nemcsak biztos megélhetést nyújt, hanem érdeklődésének megfelelő is.

A matematikus képzés közel két évtizedes múltra tekint vissza a Műegyetemen kiváló eredménnyel. Eddigi tapasztalataink szerint a hallgatóink érdeklődőek és teljesítményorientáltak. Kívánjuk, hogy minél inkább járuljon hozzá ahhoz, hogy hallgatótársai között kialakuljon az egymást segítés és egymással versengés egyensúlya.

Az egyetemi évek mindenki életében meghatározóak, nemcsak a megszerzett ismeretanyag tekintetében – hiszen manapság a tanulás egy életre szóló program –, hanem az egyetemi életben való részvétel, az itt létrejövő személyes kapcsolatok és az itt kialakuló tudományos szemlélet miatt is. Arra biztatom, hogy használja ki jól a BME nyújtotta lehetőségeket! Tájékozódjék, keresse a kapcsolatokat a felsőbb éves hallgatókkal, professzoraival és tanáraival! Nem fog csalódni, ha esetleges problémáival hozzájuk fordul.

Most azonban nem a problémák, hanem az öröm perceit éljük: örülünk, hogy csatlakozott hozzánk, a felvételéhez szívből gratulálok!

DR. PIPEK JÁNOS
dékán

TÁJÉKOZTATÓ A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSRŐL

Miért ajánljuk a Műegyetemi matematikus képzést?

A világ rangos műszaki egyetemeinek gyakorlatát követve és saját jó hagyományát felelevenítve, a Műegyetem Természet- és Társadalomtudományi Kara – az 1998-ban alakult Természettudományi Kar jogelődje – 1997-ben beindította a matematikus képzést. A képzést a Kar Matematika Intézete gondozza.

Olyan szakembereket képzünk, akik érzékenyek a gyakorlati problémák iránt és képesek alkotó módon felhasználni ismereteiket; akik, amellett, hogy a matematika elvont területein otthonosan mozognak, kommunikálni és együttműködni tudnak a matematikán kívüli szakemberekkel is. Az egyesült Európához tartozó, fejlődő magyar gazdaságnak nagy szüksége van ilyen szakemberekre. Matematikus képzésünk szervesen illeszkedik a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen folyó *alkalmazás-orientált* tudományos képzés széles spektrumába, mely a klasszikus mérnökképzés mellett felölel olyan matematikaigényes új területeket is, mint informatika, közgazdaságtudomány, anyagtudomány, gazdasági tervezés-elemzés, műszaki menedzsment, rendszerelmélet stb.

A matematikai **modellalkotás** és **elemzés** egyre inkább szerves részét képezi a műszaki, gazdasági és természettudományos tevékenység kreatív ágainak. E tevékenység jól képzett, invenciózus, mozgékony elméjű fiatal matematikusokat igényel. Az ilyen szakemberek iránti társadalmi igény látványosan növekszik.

A képzést döntően a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Karának Matematika Intézete tartja, amely a következő 5 tanszékből áll: Algebra Tanszék, Analízis Tanszék, Differenciálegyenletek Tanszék, Geometria Tanszék és Sztochasztika Tanszék.

A szak oktatásában a Matematika Intézet együttműködik a Villamosmérnöki és Informatikai Kar Számítástudományi és Információelméleti Tanszékével. A fent említett tanszékek a nevüknek megfelelő tudományterületek szerint szerveződtek. A legtöbb tanszék élén nemzetközileg is elismert, kimagasló tudományos teljesítményt nyújtó professzorok állnak. A vezetésük alatt álló tanszéken folyó kutatási munka a hazai és nemzetközi tudományos élet elismert központja. Kitűnő, és az utóbbi időben kétoldalú együttműködési szerződéssel szabályozott oktatási és kutatási kapcsolataink vannak a hozzánk tematikusan közel álló akadémiai intézetekkel (MTA Rényi Intézet, MTA SZTAKI).

A bolognai rendszerre való áttéréskor nagy hangsúlyt helyeztünk arra, hogy az osztatlan képzésben elért eredményeinket, jól bevált tantárgyainkat megőrizzük, és eközben kihasználjuk az új, többciklusú oktatási rendszer előnyeit is. Azokat az alapképzést befejező tehetséges hallgatókat várjuk a **Matematikus mesterszakra,** akik nagy elhivatottságot éreznek a matematika művelése iránt. A matematikus mesterképzési szakot **specializáció nélkül** végző hallgatók megismerkednek az algebra, analízis, diszkrét matematika, geometria, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapvető eredményeivel, a matematika legfontosabb alkalmazási területeivel, és a szakma gyakorlásához szükséges informatikai ismeretanyaggal. Az **Analízis specializációt** választók megismerkedhetnek több, a fizikai alkalmazásokban nélkülözhetetlen modern matematikai területtel és a matematikai analízis néhány alkalmazásával a természettudományos, ipari és üzleti szférában. Az **Optima-**

lizálás specializáció a matematikai alapozó ismeretek elsajátítása mellett nagy hangsúlyt fektet az optimalizálás témaköreinek szisztematikus bemutatására, egymásra épülő tárgyakon keresztül. A specializáció tematikáját alkalmazási területek színesítik. A Matematikus mesterszakon végzett hallgatók elsősorban a matematikai alapkutatást végző intézményekben, egyetemeken és vállalatoknál tudnak elhelyezkedni. A végzés után részt vehetnek a kar Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájának képzésében is.

A kar saját – matematikus és fizikus – képzései esetében, a hagyományosnak tekinthető, ipari-akadémiai-egyetemi kutatói elhelyezkedési lehetőségek mellett meg kell említeni, hogy a fizikusokat és a matematikusokat világszerte egyre gyakrabban alkalmazzák „általános problémamegoldó"-ként (universal problem solver) és az Amerikai Fizikai Társulat (APS) ma már a fizikus szakot úgy propagálja, mint egy kaput a sokféle karrierlehetőséghez (Gateway for Multiple Career Choice). A széles természettudományos, matematikai, informatikai alapokon nyugvó, a bonyolult folyamatok lényegére törekvő modellezést, mint alapvető eszközt felhasználó flexibilis tudás bevethetősége igen sokrétű, a médiától a pénzügyi világig terjed. Ennek jelei Magyarországon is érzékelhetők már (pl. bank keres fizikusokat és matematikusokat árfolyamingadozás modellezésére).

A szakra vonatkozó szabályozásokat (pl. a záróvizsga letételének feltételeit, a diplomamunka elkészítését) a szak **tanrendje** tartalmazza. Az ütemes előrehaladás garanciája, ha a hallgatók a **mintatanterv** szerint veszik fel a tantárgyakat. Az egyes tantárgyak felvételéhez szükséges kötelező előismereteket az **előtanulmányi rend** tartalmazza. *Felhívjuk a figyelmet, hogy a következő információk tájékoztató jellegűek.* Kisebb kiigazító módosítások, kiegészítések a Hallgatói Képviselet, a Matematikus Szakbizottság és a Kari Tanács egyetértésével a tanulmányok során előfordulhatnak. A dokumentumok érvényes változata a kar honlapján olvasható.

A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK TANRENDJE

(1) A matematikus mesterképzési (MSc) szak képesítési és kimeneti követelményeit kormányrendelet tartalmazza.

(2) A szak Mintatantervét, az Előtanulmányi rendet és egy Adatlap mintát a jelen dokumentumhoz csatolt táblázatok tartalmazzák.

(3) A matematikus mesterképzésben minden hallgatónak van egy „mentora”, aki a Matematika Intézet vezető oktatója, és feladata, hogy felügyelje a rábízott hallgató tanulmányi, szakmai előmenetelét.

(4) A specializációválasztás szabályai:
– A hallgató a szakra való felvételi jelentkezésekor jelentkezhet egy adott specializációra vagy specializáció nélküli képzésre.
– A választott specializációt a hallgató az Adatlapon rögzíti.
– A specializációválasztással kapcsolatos egyéni kérdésekkel vagy kérésekkel (pl. a specializációválasztás módosítása) a hallgatónak a Matematika Intézet titkárságán keresztül írásban a Matematikus Szakbizottsághoz kell fordulnia. E kérdések egyéni elbírálás alá esnek.
– Specializációváltoztatás félév közben nem lehetséges.

(5) A diplomamunka elkészítésének szabályai:

– A diplomamunka témákat minden tanév őszi szemeszterének 10. oktatási hete végéig a Matematika Intézet tanszékei, valamint a Számítástudományi és Információelméleti Tanszék meghirdeti.

A hallgatók diplomamunka-készítéssel kapcsolatos tevékenysége több szakaszra oszlik:

a) A mintatanterv szerinti 2. szemeszterben szerepel a Beszámoló c. tárgy, amely 0 kredit értékű és teljesítését a szak felelőse aláírással igazolja. A tárgyat akkor tekintjük teljesítettnek, ha
   – A hallgató a felvételi során megkövetelt alapképzésbeli tárgyak elvégzésével az előírt legalább 65 kreditet teljesítette.
   – A hallgatónak van elfogadott diplomatémája és témavezetője, amit az ezen Tanrend mellékletében szereplő Adatlapon minden érintett személy aláírásával igazolt.

b) A Diplomamunka előkészítés c. tárgy keretében kezdi meg a hallgató a diplomamunka készítését. Erre a tárgyra az osztályzatot a diplomatéma-vezető (külső témavezető esetén az ő javaslatára a belső konzulens) adja.

c) A matematikus MSc képzésben a diplomamunka elkészítése a Diplomamunka-készítés c. tárgy keretében történik. A tárgy félévközi osztályzatát a témavezető állapítja meg a dolgozat készítése során végzett hallgatói munkát értékelve. A diplomamunka beadásának és elbírálásának követelményeire nézve a BME Tanulmányi és Vizsgaszabályzatát (TVSZ) kell alkalmazni.

– A diplomamunkát két példányban és rövid tartalmi kivonatát öt példányban a pótlási hét pénteken déli 12 óráig a Matematika Intézetben kell leadni. A diplomamunkát és a kivonatot egyúttal elektronikusan is be kell küldeni a zv@math.bme.hu címre. Ez a Diplomamunka-készítés c. tárgy teljesítésének szükséges feltétele.

– A diplomamunkáról a témavezető és egy a Matematika Intézet által felkért bíráló ír bírálatot.

– A bírálatokat írásban, egy héttel a kitűzött záróvizsga időpontja előtt kell eljuttatni a Matematika Intézetnek. Ezeket a hallgató minimum 5 nappal a záróvizsga előtt kézhez kapja. A bírálatokat és a rövid tartalmi kivonatot eljuttatják a záróvizsga bizottság tagjainak. A bíráló és a témavezető is írásban, a bírálattal elkülönítve javaslatot tesz az osztályzatra is.

(6) A záróvizsgára bocsátás feltételei:

– Záróvizsgára az a hallgató bocsátható, aki a (specializáció nélküli) képzés, ill. az adott specializáció mintatantervének megfelelő módon 120 kreditet összegyűjtött.

– A végbizonyítvány (abszolutórium) megléte (a BME TVSZ szerint), amelynek alapfeltétele a Mintatantervben előírt követelmények teljesítése.

– A záróvizsgára bocsáthatóság általános feltételeit, a határidőket és egyéb körülményeket a BME TVSZ tartalmazza.

(7) A záróvizsga lebonyolítása, tantárgyai:

– A záróvizsga a diplomamunka megvédéséből és azzal egyidejűleg, ugyanazon bizottság előtt tett szóbeli vizsgából áll.

– A szóbeli vizsga tantárgyait a választott specializáció, illetve a specializáció nélküli képzés képesítési követelményeinek megfelelően kell megválasztani. A vizsgatárgyakat és azok tematikáját a Matematikus Szakbizottság előterjesztése alapján a Matematika Intézet teszi közzé.

A diplomamunka osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembe vételével a záróvizsga-bizottság állapítja meg.

A BME TVSZ szerint az oklevél eredményét a **(0,2*ZV + 0,3*D + 0,5*TÁ)** képlet szerint kell kiszámítani, ahol

a) **ZV**: a *záróvizsga*tantárgyak érdemjegyeinek átlaga két tizedesjegyre kerekítve;
b) **D**: a diplomamunkára a záróvizsga-bizottság által adott érdemjegy;
c) **TÁ**: a teljes tanulmányi időszakban megszerzett összes *kredit*re vonatkozó súlyozott tanulmányi átlag, két tizedes jegyre kerekítve;

– A záróvizsgák időpontjának kitűzése, a vizsgák megszervezése a BME TVSZ és a Tanulmányi Ügyrend rendelkezéseinek figyelembevételével a Matematika Intézet feladata.

– A záróvizsga-bizottságot lehetőleg úgy kell összeállítani, hogy a témavezető és a belső konzulens ne legyen a bizottság tagja.

– Különleges esetekben - a szakdolgozat elkészítésének felügyeletét ellátó tanszék ("anyatanszék") vezetőjének javaslatára a Kari Tanulmányi Bizottság engedélyezheti, hogy a témavezető vagy a belső konzulens a záróvizsga-bizottság tagja legyen.

– A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, valamint a Képzési Kódexében vannak rögzítve.

(8) A tanrenddel kapcsolatos egyéb, itt nem szabályozott kérdésben döntési jogköre a BME TTK Kari Tanácsának, javaslattételi jogköre a Matematikus Szakbizottságnak van. A döntésekről a hallgatókat a kar Dékáni Hivatalán keresztül és/vagy elektronikusan kell értesíteni.

A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK MINTATANTERVE

SPECIALIZÁCIÓ NÉLKÜL					kontaktóra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/1v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/2v**
Az elméleti alapozás tárgyai a Matematika BSc szak kötelező tárgyai közül kerülhetnek ki. Ebből azoknak a hallgatóknak kell szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit teljesíteni, akik nem a Matematika BSc szakon szerzett diplomával nyernek felvételt. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**8/10/2v**	**4/5/0v**	**4/5/1v**	**8/10/1v**	**24/30/4v**
Az alábbi tárgyakból legalább 6-ot kell teljesíteni, olyan módon, hogy a 6 témakör közül legalább 4-ből kell tárgyakat választani.					
Algebra és számelmélet blokk					
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Csoportelmélet		3/1/0/v/5			
Analízis blokk					
Dinamikai rendszerek		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2		3/1/0/f/5			
Diszkrét matematika blokk					
Elméleti számítástudomány		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika	3/1/0/f/5				
Kombinatorikus optimalizálás		3/1/0/v/5		3/1/0/v/5	
Geometria blokk					
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Operációkutatás blokk					
Lineáris programozás			3/1/0/v/5		
Globális optimalizálás				3/1/0/f/5	
Sztochasztika blokk					
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet		3/1/0/f/5			
Differenciált szakmai ismeretek	**6/6/1v**	**12/14/1v**	**14/15/2v**	**4/5/1v**	**36/40/5v**
Az alábbi 7 témakörből legalább 3-at kell választani és a választott témakörökből egyenként legalább 10-10 kreditet kell teljesíteni.					
Algebra blokk					
Gyűrűk és csoportok reprezentációelmélete				3/1/0/f/5	
Haladó lineáris algebra	2/0/0/v/3				
Homológikus algebra	2/0/0/f/2				
Analízis blokk					
Mátrixanalízis			2/0/0/v/3		
Operátorelmélet	3/1/0/v/5				
Potenciálelmélet				2/0/0/f/3	
Inverz szórás feladatok			2/0/0/v/3		
Disztribúcióelmélet és Green-függvények				2/0/0/v/2	
Numerikus módszerek 2 – Parc. diffegyenletek				2/0/2/v/5	
Diszkrét matematika blokk					
Algoritmusok és bonyolultságuk		3/1/0/f/5		3/1/0/f/5	
Gráfok, hipergráfok és alkalmazásaik				3/1/0/f/5	

Geometria blokk					
Projektív geometria			3/1/0/f/5		
Kombinatorikus és diszkrét geometria		3/1/0/f/5			
Nem-euklideszi geometria	3/1/0/f/5				
Operációkutatás blokk					
Nemlineáris programozás		3/1/0/v/5			
Sztochasztikus programozás		3/1/0/v/5			
Számelmélet blokk					
Algebrai számelmélet				2/0/0/v/3	
Analitikus számelmélet				2/0/0/f/2	
Algebrai és aritmetikai algoritmusok			3/1/0/f/5		
Sztochasztika blokk					
Markov-folyamatok és martingálok			3/1/0/v/5		
Sztochasztikus differenciálegyenletek				3/1/0/v/5	
Határeloszlás- és nagy eltérés tételek		3/1/0/v/5			
Sztochasztikus modellek				2/0/0/f/2	
Haladó dinamikai rendszerek				2/0/0/f/2	
Statisztikai programcsomagok 2	0/0/2/f/2				
Egyéb					
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**0/0/0v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v/3	3/0/0v/3 2/0/0f/2		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/0v**	**10/20/0v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/f/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/30/ 4v**	**25/30/ 3v**	**25/30/ 4v**	**20/30/ 2v**	**96/120/ 13v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

ANALÍZIS SPECIALIZÁCIÓVAL					kontakt óra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/2v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/3v**
Az elméleti alapozás tárgyai a Matematika BSc szak kötelező tárgyai közül kerülhetnek ki. Ebből azoknak a hallgatóknak kell szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit teljesíteni, akik nem a Matematika BSc szakon szerzett diplomával nyernek felvételt. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/1v**	**8/10/1v**	**8/10/1v**	**4/5/0v**	**24/30/3v**
*Az alábbi tárgyakból legalább 6-ot kell teljesíteni, olyan módon, hogy a 6 témakör közül legalább 4-ből kell tárgyakat választani. A *-gal megjelölt tárgyak teljesítése az Analízis specializáció hallgatóinak kötelező*					
Algebra és számelmélet blokk					
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Csoportelmélet		3/1/0/v/5			
Analízis blokk					
Dinamikai rendszerek *		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok *	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2 *		3/1/0/f/5			
Diszkrét matematika blokk					
Elméleti számítástudomány		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika	3/1/0/f/5				
Geometria blokk					
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Operációkutatás blokk					
Lineáris programozás			3/1/0/v/5		
Globális optimalizálás				3/1/0/f/5	
Kombinatorikus optimalizálás		3/1/0/v/5		3/1/0/v/5	
Sztochasztika blokk					
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet		3/1/0/f/5			
A specializáció tárgyai	**10/10/1v**	**8/9/1v**	**10/11/2v**	**8/10/2v**	**36/40/6v**
*A **-gal és ***-gal megjelölt tárgyakból a specializáció hallgatóinak egyet-egyet kell felvenniük.*					
Matematikai perkolációelmélet ***				2/0/0/f/3	
A klasszikus mechanika matematikai módszerei		2/0/0/f/2			
Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek				2/0/2/v/5	
Vektorterek a fizikában	2/0/0/f/2				
Mátrixanalízis			2/0/0/v/3		
Matematikai kémia**				2/0/2/v/5	
Operátorelmélet	3/1/0/v/5				
Potenciálelmélet***				2/0/0/f/3	
Inverz szórási feladatok			2/0/0/v/3		
A klasszikus mezőelméletek geometriája	2/0/0/f/2				
A statisztikus fizika matematikai módszerei		2/0/0/v/3			
Disztribúcióelmélet és Green-függvények				2/0/0/v/2	
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**0/0/0v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v/3	3/0/0/v/3 2/0/0/f/2		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/0v**	**10/20/0v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/f/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/29/ 4v**	**25/30/ 4v**	**25/31/ 4v**	**20/30/ 2v**	**96/120/ 14v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

OPTIMALIZÁLÁS SPECIALIZÁCIÓVAL					**kontakt óra per hét / kredit / vizsgák**
	I.	**II.**	**III.**	**IV.**	
Elméleti alapozás	**12/14/1v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/2v**
Az elméleti alapozás tárgyai a Matematika BSc szak kötelező tárgyai közül kerülhetnek ki. Ebből azoknak a hallgatóknak kell szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit teljesíteni, akik nem a Matematika BSc szakon szerzett diplomával nyernek felvételt. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/1v**	**8/10/1v**	**8/10/2v**	**4/5/0v**	**24/30/4v**
*Az alábbi tárgyakból legalább 6-ot kell teljesíteni, olyan módon, hogy a 6 témakör közül legalább 4-ből kell tárgyakat választani. A *-gal megjelölt tárgyak teljesítése az Optimalizálás specializáció hallgatóinak kötelező.*					
Algebra és számelmélet blokk					
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Csoportelmélet		3/1/0/v/5			
Analízis blokk					
Dinamikai rendszerek		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2		3/1/0/f/5			
Diszkrét matematika blokk					
Elméleti számítástudomány		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika	3/1/0/f/5				
Geometria blokk					
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Operációkutatás blokk					
Lineáris programozás *			3/1/0/v/5		
Globális optimalizálás *				3/1/0/f/5	
Sztochasztika blokk					
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet		3/1/0/f/5			
A specializáció tárgyai	**10/11/1v**	**12/14/2v**	**10/10/1v**	**4/5/1v**	**36/40/5v**
Nemlineáris programozás		3/1/0/v/5			
Kombinatorikus optimalizálás		3/1/0/v/5		3/1/0/v/5	
Sztochasztikus programozás				3/1/0/v/5	
Operációkutatási programrendszerek			0/0/2/f/2		
Irányítási rendszerek			2/0/0/v/3		
Bevezetés a közgazdasági dinamikába	3/1/0/v/5				
Játékelmélet	2/0/0/f/3				
Ökonometria	0/0/2/f/2				
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak			3/0/0v/3 2/0/0f/2	3/0/0/v3	
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy				2/0/0/f/2	
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/0v**	**10/20/0v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/f/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/30/ 3v**	**24/30/ 4v**	**25/30/ 4v**	**21/30/ 2v**	**96/120/ 13v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

TANTÁRGYI PROGRAMOK

Szakmai törzsanyag: Algebra és számelmélet blokk

Kommutatív algebra és algebrai geometria, BMETE91MM01, 3/1/0/f/5

Zárt algebrai halmazok és koordinátagyűrűik, morfizmusok, irreducibilitás, dimenzió, Hilbert-féle Nullstellensatz, radikálideálok és részvarietások közti megfeleltetés. Monomiális rendezések, Gröbner-bázisok, Buchberger-algoritmus, számítások polinomgyűrűkben. Reguláris függvényektől a racionális leképezésekig, lokális gyűrű, kévék alapfogalmai, gyűrűzött terek. Projektív tér és részvarietásai, homogén koordinátagyűrű, morfizmusok, projektív varietás képe zárt. Geometriai konstrukciók: Segre- és Veronese-leképezések, Grassmann-varietások, pontból történő vetítés, felfújás. Affin és projektív varietások dimenziója, hiperfelületek. Sima varietások, Zariski-érintőtér, Jacobi-feltétel. Hilbert-polinom és Hilbert-függvény, példák, számítógépes kísérletek. Gyűrűk és modulusok alapfogalmai, láncfeltételek, szabad modulusok. Végesen generált modulusok, Cayley–Hamilton-tétel, Nakayama-lemma. Lokalizáció és tenzorszorzat. Modulusok szabad feloldásai, modulusok Gröbner-elmélete, számítások modulusokkal, a Hilbert-féle kapcsolat-tétel.

Irodalom:
A. Gathmann, Algebraic geometry, notes for a one-year course taught in the Mathematics International program at the University of Kaiserslautern (2003), http://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/pub.html
I.R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry I.-II., Springer Verlag (1995)
M. Reid: Undergraduate Commutative Algebra, Cambridge University Press (1996)
R. Hartshorne: Algebraic Geometry, Springer Verlag (1977)
M.F. Atiyah, I.G. Macdonald: Introduction to commutative algebra, Addison Wesley Publishing (1994)

Csoportelmélet, BMETE91MM03, 3/1/0/v/5

Permutáciocsoportok, csoporthatások. Konjugáltság, normalizátor, cetralizátor, centrum, osztályegyenlet, Cauchy tétele. Csoport automorfizmusai, szemidirekt szorzat, koszorúszorzat. Csoportbővítések. Sylow-tetelek. Véges p-csoportok. Nilpotens, ill. feloldható csoportok. Véges nilpotens csoportok jellemzése. Transzfer, normál komplementumtételek. Szabad csoportok, definiáló relációk. Szabad Abel-csoportok. Végesen generált Abel-csoportok alaptétele, alkalmazások. Lineáris csoportok, klasszikus csoportok. A reprezentációelmélet elemei.

Irodalom:
P.J. Cameron, Permutation groups, LMS Student Texts 45, CUP 1999.
B. Huppert, Endliche Gruppen I. Springer 1967.
D. Gorenstein, Finite groups, Chelsea Publishing Company, 1980.
M. Aschbacher, Finite group theory, Cambridge Studies in Adv. Math. 10, CUP 2000.
D.J.S. Robinson, A course in the theory of groups, GTM 80, Springer 1996.
J.J. Rotman, An introduction to the theory of groups, GTM 148, Springer 1995.
B. Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes, Absztrakt algebrai feladatok, JATE TTK, JATEPress 1993.

Szakmai törzsanyag: Analízis blokk

Dinamikai rendszerek, BMETE93MM02, 3/1/0/v/5

Folytonos és diszkrét idejű dinamikai rendszerek, folytonos versus diszkrét: követőfüggvény, diszkretizáció. Egyensúlyi helyzetek lokális elmélete: Grobman–Hartman lemma, stabil-instabil-centrális sokaság, Poincaré normálforma. Attraktorok, Ljapunov-függvények, LaSalle-elv, fázisportré. Strukturális stabilitás, egyensúlyi helyzetek/fixpontok és periodikus megoldások elemi bifurkációi, bifurkációs görbék biológiai modellekben. Sátor és logaritmikus függvények, Smale-patkó, szolenoid: topológiai, kombinatorikus, mértékelméleti tulajdonságok. Káosz a Lorenz-modellben.

Irodalom:
P. Glendinning: Stability, Instability and Chaos, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994
C. Robinson: Dynamical Systems, CRC Press, Boca Raton, 1995
S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Analysis and Chaos, Springer, Berlin, 1988

Fourier analízis és függvénysorok, BMETE92MM00, 3/1/0/v/5

A trigonometrikus rendszer teljessége. Fourier-sorok. A Parseval képlet és alkalmazásai. Ortogonális függvényrendszerek, Legendre polinomok, Haar- és Rademacher-féle rendszerek. Bevezetés a waveletekbe, wavelet ortonormált rendszerek és alkalmazásaik. Integrálható függvények Fourier-transzformaciója.

Laplace-transzformáció és alkalmazásai. Fourier-sorok konvergenciája, Dirichlet-féle formula, Dini és Lipschitz konvergencia kritériumok. Fejér példája divergens Fourier sorra. Fourier-sorok összegezése, Fejér tétele, az Abel–Poisson-féle módszer.

Weierstrass approximációs tétele, Stone tétele és annak alkalmazásai. Legjobb megközelítés Hilbert-terekben, Müntz tétele a hézagos polinomok sűrűségéről.

Lineáris operátorokkal való közelités, Lagrange interpoláció, Lozinski–Harshiladze-tétel. A legjobb polinomapproximáció hibabecslése, Jackson tételei. Pozitív lineáris operátorok approximációs tulajdonságai, Korovkin tétele, Bernstein polinomok, Hermite–Fejér operátor. Bevezetés a spline-approximációba, B-spline-ok, spline-ok konvergencia-tulajdonságai.

Irodalom:
N.I. Ahijezer: Előadások az approximáció elméletéről, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1951
Szökefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1975
G. Lorentz, M.V. Makovoz: Constructive Approximation, Springer, 1996
M.J.D. Powell: Approximation Theory and methods, Cambridge University Press, 1981

Parciális differenciálegyenletek 2, BMETE93MM03, 3/1/0/f/5

A Laplace-operator Szoboljev térben (ismétlés a BSc anyag alapján). Másodrendű lineáris parabolikus egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Lineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Reakció-diffúzió (kvázilineáris parabolikus) egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Nemlineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Csak példákban: monotonitás, maximum-elvek, invariáns tartományok, egyensúlyi helyzet stabilitásának vizsgálata linearizálással, utazó hullámok (Smoller szerint). Globális attraktor. Inerciális sokaság (Robinson szerint).

Irodalom:
L.C. Evans: Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 2002
J. Smoller: Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, Springer, Berlin, 1983
J.C. Robinson: Infinite-dimensional Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2001

Szakmai törzsanyag: Diszkrét matematika blokk

Elméleti számítástudomány, BMETE91MM00, 3/1/0/f/5

A logikai programozás és gépi bizonyítas elméleti alapjai. Véges modellek és bonyolultság. Nem-klasszikus logikák a számítástudományban: temporális, dinamikus, program logikák. Rekurzív függvények és a lambda-kalkulus kapcsolata. Boole-algebrák, reláció algebrák és alkalmazásaik.

Fontosabb gépmodellek. Bonyolultságelméleti alapfogalmak, nevezetes idő és térosztályok. NP-teljesség. Randomizált számítások. Algoritmustervezési módszerek. Fejlett adatszerkezetek, amortizációs elemzés. Mintaillesztés szövegben. Adattömörítés.

Irodalom:
Carmen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest: Algoritmusok, Műszaki Kiadó, 1999
Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, 2001
Ferenczi M.: Matematikai Logika, Műszaki Kiadó, 2002
Galton, A.: Logic for Information Technology, Wiley, 1990

Algebrai és általános kombinatorika, BMEVISZM020, 3/1/0/f/5

A Young-tablók kombinatorikája, tablógyűrűk, Pieri-formulák, Schur-polinomok, Kostka-számok. Robinson–Schensted–Knuth megfeleltetés. Littlewood–Richardson-számok és -tétel. Nevezetes szimmetrikus polinomok és generátorfüggvényeik, Cauchy–Littlewood formulák. A szimmetrikus polinomok alaptételének Garsia-féle általánosítása. Bázisok a szimmetrikus függvények gyűrűjében.
Fejezetek a kombinatorikus optimalizálás módszereiből: Mohó algoritmus, javító algoritmusok, matroid-elméleti alapfogalmak, matroid metszet algoritmus. Közelítő algoritmusok (pl. halmazfedés, Steiner-fák, utazó ügynök probléma). Ütemezési algoritmusok (egygépes ütemezés, ütemezés párhuzamos gépekre, ládapakolás).

Irodalom:
William Fulton, Young Tableaux: With Applications to Representation Theory and Geometry (London Mathematical Society Student Texts) (Paperback), Cambridge Univ. Press, 1996
Richard P. Stanley: Enumerative Combinatorics I.- II., Cambridge University Press, 2001

Kombinatorikus optimalizálás, BMEVISZM029, 3/1/0/v/5

Gráfelméleti algoritmuscsaládok (legrövidebb út, párosítás, hálózati folyamok, a PERT-módszer) átismétlése, nevezetes NP-teljes feladatok a gráfelméletben (pontszínezés, független pontok maximális száma, maximális klikk-méret, Hamilton-kör és -út létezése, az utazó ügynök problémája, irányított köröket lefogó maximális halmazok) és rokon területeken (az egészértékű programozás alapfeladata, a többtermékes folyamprobléma). A lineáris programozás dualitás tételének alkalmazásai, egészértékű programozás, kombinatorikus optimalizálási feladatok, totális unimodularitás: maximális összsúlyú teljes párosítás (optimal assignment), minimálköltségű folyamprobléma egytermékes hálózatban. Matroidok definíciója, bázis, kör, rang, dualitás, minorok. Grafikus és koordinátázható matroidok, Tutte és Seymour tételei. Orákulumok, mohó algoritmus, k-partíció és 2-metszet algoritmus, a 3-metszet probléma, polimatroidok. Polinomrendű algoritmusokkal megoldható nevezetes műszaki problémák: a villamos hálózatok klasszikus elméletében (ellenálláshálózatok egyértelmű megoldhatósága, gráfok kör- és vágásmátrixainak tulajdonságai, általánosítás passzív és/vagy nonreciprok hálózatokra), a nagybonyolultságú áramkörök tervezésében (egyetlen pontsor huzalozása a Manhattan-modellben, csatornahuzalozás a különféle modellekben, az éldiszjunkt modell alkalmazása) és a rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdésekben (merevség, infinitezimális merevség, genetikus merevség, Laman tétele, Lovász és Yemini algoritmusa, a síkbeli rúdszerkezetek minimális számú csuklóval való lefogásának problémája, négyzetrácsok merevítésének kombinatorikus kérdései).

Irodalom:
Jordán T., Recski A., Szeszlér D.: Kombinatorikus optimalizálás, Typotex Kiadó, Bp, 2004

Szakmai törzsanyag: Geometria blokk

Differenciálgeometria és topológia, BMETE94MM00, 3/1/0/v/5

Sima sokaságok, differenciál-formák, külső deriválás, Lie-deriválás. Stokes tétele, de Rham-kohomológia, Poincaré-lemma, Mayer–Vietoris egzakt sorozat, Poincaré-dualitás. Riemann-sokaságok, Levi–Civitá konnexió, görbületi tenzor, állandó görbületű terek. Geodetikusok, exponenciális leképezés, geodetikus teljesség, a Hopf–Rinow tétel, Jacobi-mezők, a Cartan–Hadamard-tétel, Bonnet tétele.

Irodalom:
J.M. Lee: Riemannian Manifolds: an Introduction to Curvature, Graduate Texts in Mathematics 176, Springer Verlag
P. Petersen: Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics 171, Springer Verlag
J. Cheeger, D. Ebin: Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North-Holland Publishing Company, Vol. 9, 1975
Szőkefalvi-Nagy Gy., Gehér L., Nagy P.: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Reprezentációelmélet, BMETE91MM02, 3/1/0/f/5

Differenciálható sokaságok, atlasz, sokaságok közti leképezések, immerzió, szubmerzió, rész-sokaság, érintő; tér, vektormező, Lie-derivált (szükség esetén topológiai hézagpótlás: kompaktság, összefüggőség, homotópia, fundamentális csoport). Vektornyalábok, alternáló formák vektortereken, differenciálformák és integrálásuk, Stokes-tétel (bizonyítás nélkül). Multilineáris algebrai konstrukciók (tenzorszorzat, szimmetrikus és alternáló szorzat, összehúzás) és alkalmazásuk vektornyalábokra. Lie-csoportok definíciója és alapvető tulajdonságaik, exponenciális leképezés, invariáns vektormezők, Lie-csoport Lie-algebrája. Mátrix Lie-csoportok és Lie-algebráik, fontos példák. Csoportok reprezentációelmélete általában, karakterek, lineáris algebrai konstrukciók, Lie-csoportok folytonos reprezentációi, összefüggés Lie-

csoportok és a hozzájuk tartozó Lie-algebrák reprezentációi között. Lie-algebrák alapjai, derivációk, nilpotens és feloldható Lie-algebrák, Engel és Lie tételei, Jordan-Chevalley felbontás, Cartan-féle és maximális torális részalgebrák. Féligegyszerű Lie-algebrák, Killing-forma, reprezentációk teljes felbonthatósága. Az sl_2 Lie-algebra reprezentációelmélete, gyökrendszerek, Cartan-mátrix, Dynkin-diagram, gyökrendszerek osztályozása, féligegyszerű Lie-algebrák. Mátrix Lie-csoportok reprezentációi, Weyl-kamrák, Borel-részalgebra.
Peter-Weyl tétel.

Irodalom:
G. Bredon: Topology and Geometry, Springer Verlag (1997)
J. Jost: Riemannian Geometry and Geometric Analysis, 4. kiadás, Springer Verlag (2005)
W. Fulton, J. Harris: Representation Theory: a First Course, Springer Verlag (1999)
D. Bump: Lie Groups, Springer Verlag (2004)
J.E. Humphreys: Introduction to Lie Algebras and Representation Theory, Springer Verlag (1997)

Szakmai törzsanyag: Operációkutatás blokk

Globális optimalizálás, BMETE93MM00, 3/1/0/f/5

Feltétel nélküli optimalizálás: Optimalizálási feladat megoldásainak és algoritmusainak alapvető tulajdonságai: első- és másodrendű feltételek, konvexitás, globális konvergencia tétel, konvergencia sebesség. Alapvető iterációs módszerek: vonalmenti optimalizálás, megállási feltételek, gradiens módszer, Newton módszer, koordinátánkénti minimalizálás. Konjugáltlt gradiens módszerek: konjugált gradiens módszer, parciális konjugált gradiens módszer, párhuzamos érintők (PARTAN) módszer. Kvázi-Newton módszerek: inverz Hesse mátrix közelítése, Davidon–Fletcher–Powell módszer, a Broyden család, skálázás.
Feltételek melletti optimalizálás: Feltételek melletti optimum tulajdonságai: érintősíkok, első- és másodrendű feltételek, érzékenység vizsgálat. Primál módszerek: megengedett irány módszerek, aktív halmaz módszerek, vetített gradiens módszer, redukált gradiens módszer. Büntető és barrier függvények: alapvető tulajdonságok, megoldás Newton, konjugált gradiens és vetített gradiens módszerrel, egzakt büntető függvények. Duál és vágósík módszerek: globális és lokális dualitás, szeparálható feladatok, módosított Lagrange függvény, vágósík módszerek. Primál-duál módszerek: a primál-duál feladat, merit függvények, megoldás gradiens, Newton, és strukturált kvázi-Newton módszerekkel, belső pontos módszer logaritmikus barrierrel.

Irodalom:
D.G. Luenberger, Y. Ye: Linear and Nonlinear Programming, Springer, 2008.
M.S. Bazaraa, H.D. Sherali, C.M. Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley & Sons., 2013.

Lineáris programozás, BMETE93MM01, 3/1/0/v/5

Lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának kérdése és megoldása. Gauss-Jordán eliminációs módszer. Lineáris egyenlőtlenségrendszerek megoldhatósága. Alternatíva tételek, Far-

kas lemma és variánsai. Lineáris egyenlőtlenségrendszerek megoldása pivot algoritmusokkal. Konvex poliéderek. Minkowski tétel, Farkas tétel, Weyl tétel, Motzkin felbontási tétele.
A lineáris programozás feladata, példák lineáris programozási feladatra, grafikus szemléltetés. A lineáris programozási feladat megengedett megoldásának, bázis megoldásának fogalma, a szimplex módszer alap algoritmusa. A ciklizálás és annak kizárási lehetőségei: lexikografikus szimplex módszer, Bland szabály alkalmazása. Induló megengedett bázis keresése, a kétfázisú szimplex módszer. Az explicit bázisinverz és a módosított szimplex módszer. A lineáris programozás dualitás elmélete. Kiegészítő eltérések tételei. A duál szimplex módszer. Speciális lineáris programozási, illetve arra visszavezethető feladatok. Egyedi felső korlát technika. Érzékenységvizsgálat. A Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárás.
Lineáris programozás belsőpontos módszereire épített elmélete. Önduális feladat, szinthalmazok, centrális út létezése és egyértelműsége. Newton-irányok kiszámítása. Analitikus centrum, Sonnevend-tétele. Dikin-ellipszoid, affin skálázású belsőpontos módszer és polinomialitása. Tucker-modell, Tucker tétel. Pontos megoldás előállítása erősen polinomiális kerekítési eljárással.
Hacsián ellipszoid módszere. Karmarkar potenciálfüggvényes belsőpontos algoritmusa. Speciális belsőpontos algoritmusok.

Irodalom:
Illés Tibor: Lineáris optimalizálás elmélete és pivot algoritmusai, 2013.
Illés Tibor: Lineáris optimalizálás elmélete és belsőpontos algoritmusai, 2014.
A. Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley, New York, 1986.

Szakmai törzsanyag: Sztochasztika blokk

Sztochasztikus analízis és alkalmazásai, BMETE95MM04, 3/1/0/v/5

Bevezetés, ismétlés: Markov-folyamat, sztochasztikus félcsoport, infinitezimális generátor, martingál, megállási idő.

Brown-mozgás: Brown-mozgás fenomenologikus leírása, véges dimenziós peremeloszlások, és folytonosság. Wiener-folyamat konstrukciója, erős Markov tulajdonság. Rekurrencia, skálázás, idő megfordítás. Tükrözési elv és alkalmazásai. Trajektóriák majdnem biztos analitikus tulajdonságai: folytonosság, Hölder-tulajdonság, nem differenciálhatóság, kvadratikus variáció, szinthalmazok.

Folytonos martingálok: Definíció és jellemzés. Schwartz–Dubbins tétel. Exponenciális martingál.

Lévy-folyamatok: Független és stacionárius növekmények, Lévy–Hincsin formula és a folyamatok felbontása. Konstrukció Poisson pont folyamat segítségével. Szubordinátor folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

Sztochasztikus integrálás I.: Diszkrét sztochasztikus integrálás bolyongás szerint és diszkrét idejű martingál szerint. Alkalmazások, diszkrét Black–Scholes. Sztochasztikus integrálás Poisson-folyamat szerint. Diszkrét állapotterű Markov-folyamat martingáljai. Kvadratikus variáció, Doob–Meyer felbontás.

Sztochasztikus integrálás II.: Jósolható folyamatok és az Itô-integrál Wiener-folyamat szerint kvardatikus variáció folyamat. Doob–Meyer-felbontás. Itô-formula és alkalmazásai.

Irodalom:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. 2nd ed. Birkauser, 1989
R. Durrett: Probability: Theory and Examples. 2nd ed. Duxbury, 1996
B. Oksendal: Stochastic Differential Equations. 6th ed. Springer, 2003
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. 3rd ed. Springer, 1999
G. Samorodnitsky & M. S. Taqqu: Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance. Chapman and Hall, New York, 1994

Statisztika és információelmélet, BMETE95MM05, 3/1/0/v/5

Becslések és hipotézisvizsgálat többdimenziós paramétertérben: Fisher-információs-mátrix, likelihood-hányados-próba. Hipotézisvizsgálat többdimenziós Gauss-modellben: Mahalanobis-távolság, Wishart-, Hotelling-, Wilks-eloszlások. Lineáris becslések, Gauss–Markov-tétel. Regresszióanalízis, egy- és többszempontos varianciaanalízis, mint lineáris modell. ANOVA-táblázatok, Fisher–Cochran-tétel. Főkomponens- és faktoranalízis. Faktorok becslése és forgatása, hipotézisvizsgálatok a faktorok számára. Hipotézisvizsgálat és I-divergencia (diszkrét eset).

I-vetületek, exponenciális eloszláscsalád esetén a maximum likelihood becslés, mint I-vetület. A megfelelő I-divergencia-statisztika határeloszlása. Kontingenciatáblázatok analízise információelméleti módszerrel, loglineáris modellek. Információelméleti alapú statisztikai algoritmusok: iteratív arányos illesztés, EM-algoritmus. Maximális entrópia módszere.

Irodalom:
Bolla M., Krámli A.: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2005
I. Csiszár, P. C. Shields: Információelmélet és statisztika. Oktatási segédanyag (angolul).

Differenciált szakmai ismeretek: Algebra blokk

Gyűrűk és csoportok reprezentációelmélete, BMETE91MM04, 3/1/0/f/5

Csoportalgebra, Maschke-tétel, Schur-lemma, Wedderburn–Artin-tétel. Karakterek, ortogonalitási relációk, indukálás, Frobenius-reciprocitás, Mackey tétele. Clifford-elmélet. Alkalmazások: Burnside-tétel, Frobenius-mag, karaktertáblák. A moduláris reprezentációelmélet elemei (blokkok, Brauer-karakterek, projektív felbonthatatlan karakterek). Felbonthatatlan modulusok. Krull−Schmidt−Azumaya-tétel. Modulus radikálja, feje, talpa. Brauer-gráf. Moduluskategóriák vizsgálata. Véges dimenziós algebrák reprezentációelmélete: az Auslander−Reiten-elmélet.

Irodalom:
I.M. Isaacs: Character theory of finite groups, Dover, 1994
G. Navarro: Characters and blocks of finite groups, Cambridge University Press, 1998
D.J. Benson: Representations and cohomology I., Cambridge Studies in Advanced Mathematics 30, Cambridsge University

Haladó lineáris algebra, BMETE91MM05, 2/0/0/v/3

Tenzorszorzat (Kronecker-szorzat), szimmetrikus és alternáló szorzat. Hom-funktor, adjungált funktorok, csoportreprezentációk konstrukciója lineáris algebrai eszközökkel. Differenciálformák és tenzorok a geometriában és fizikában. Normálforma elmélet számgyűrűk, illetve testek felett. Nilpotens és féligegyszerű endomorfizmusok, Jordan-Chevalley-felbontás. Nemnegatív elemű mátrixok, a Frobenius−Perron-elmélet alapjai. A szinguláris értékek szerinti felbontás (SVD) és alkalmazásai.

Irodalom:
V.V. Prasolov: Problems and theorems in linear algebra, AMS 1994
P.R. Halmos: Finite-dimensional vector spaces, Van Nostrand Princeton, 1958
Horváth Erzsébet: Lineáris algebra, Műegyetemi Kiadó, 1995

Homologikus algebra, BMETE91MM06, 2/0/0/f/2

Alapfogalmak: lánckomplexusok, egzaktság, homológiamodulusok, homotópia, műveletek lánckomplexusokkal, hosszú egzakt sorozat létezése, funktorok, 3x3-lemma, 5-lemma, kígyó-lemma, alkalmazások. Multilineáris algebra gyűrűk felett: Hom-funktor és tenzorszorzat, szimmetrikus és alternáló szorzat, direkt és inverz limesz, p-adikus számok, pro-véges csoportok, adjungált funktorok és féligegzaktság. Derivált funktorok: kohomologikus delta-funktorok, projektív és injektív modulusok, projektív, injektív és szabad feloldás, bal- és jobb oldali derivált funktorok. Tor és Ext: a Tor funktor kiszámítása Abel-csoportokra, lapos modulusok, Tor és Ext kiszámítása jól ismert gyűrűkre, Künneth-formulák, univerzális együttható tétel, gyűrűk homologikus dimenziója, kis dimenziós gyűrűk. Csoportok kohomológiája. Shapiro-lemma, Hilbert 90-es tétele véges Galois-bővítésekre, az első kohomológiacsoport, felfújás és megszorítás, transzfer. Spektrális sorozatok: spektrális sorozat definíciója, korlátosság, a Lyndon−Hochschild−Serre spektrális sorozat és alkalmazása csoportok kohomológiáinak kiszámítására.

Irodalom:
C. Weibel: Introduction to Homological Algebra, Cambridge University Press (1995)
J.J. Rotman: An Introduction to Homological Algebra, Springer Verlag (2007)
M. Scott Osborne: Basic Homological Algebra, Springer Verlag (2007)
S. Lang: Algebra, 4. kiadás, Springer Verlag (2005)

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Analízis blokk

Mátrixanalízis, BMETE92MM03, 2/0/0/v/3

Lineáris terek, lineárisan független vektorok, bázis, lineáris leképezések és mátrixuk. Belső szorzat, Hilbert-tér, ortonormált bázis. Normák a mátrixtereken. Önadjungált és unitér mátrixok. Mátrixok sajátvektorai, sajátértékek és szinguláris értékek, valamint a lokalizációjuk. Pozitív definit mátrixok és tulajdonságaik. Mátrixok tenzorszorzata és Hadamard-szorzata, Schur-lemma, ezeknek a szorzatoknak az alkalmazásai. Mátrixok függvényei, a rezolvens és az exponenciális függvény tulajdonságai, Lie–Trotter-formula. Mátrixfüggvények differenciálása. Egyenlőtlenségek: Mátrixmonoton és mátrixkonvex függvények, exponenciális, logaritmus- és hatványfüggvények. Blokkmátrixok tulajdonságai és használata. Mátrixok számtani és mértani közepe. Mátrixok alkalmazása lineáris differenciálegyenletek megoldására. Pozitív elemű mátrixok.

Irodalom:
Rajendra Bhatia: Matrix Analysis, Springer, 1997
Kérchy László: Bevezetés a véges dimenziós vektorterek elméletébe, Polygon, 1997
Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Kiadó, 2002
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1976

Operátorelmélet, BMETE92MM05, 3/1/0/v/5

Hilbert terek alapfogalmait ismertnek feltételezzük. Zárt és lezárható operátorok, a zárt gráf tétel. A spektrálelmélet alapjai zárt operátorokra. Zárt szimmetrikus és önadjungált operátorok. Szimmetrikus operátor és önadjungált kiterjesztése. Hermitikus forma által definiált operátorok. Zárt normális operátorok.

Véges rangú és kompakt operátorok. Hilbert–Schmidt operátorok. Mátrix operátorok.

Integrálás spektrál mértékre vonatkozóan. Zárt önadjungált operátorok spektrálfelbontása és spektrumának tulajdonságai. Normális operátorok spektrálfelbontása.

Szimmetrikus operátorok kiterjesztései: defekt indexek és Cayley transzformáltak. Kiterjesztés a Hilbert tér bővítésével: Najmark tétele. Önadjungált kiterjesztések és spektrumaik. Analitikus vektorok. Önadjungált operátorok perturbációja. Scattering. Egyoldali eltolás operátora, Wold–Neumann felbontás. Kétoldali eltolás. Kontrakciók. Invariáns vektorok, kanonikus felbontás. Kontrakció izometrikus és unitér dilatációja.

Operátorok Banach terekben. Holomorf függvények és kontúrintegrálok. Holomorf függvénykalkulus korlátos, ill. zárt operátorokra. Kompakt operátorok. A Riesz–Schauder elmélet. Nöther és Fredholm operátorok. Operátor félcsoportok Banach terekben. Lineáris rendszerek operátorelméleti alapjai.

Banach algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Ideálok. A Gelfand transzformáció. C*-algebra elemének spektruma. A Gelfand–Najmark kommutatív tétel. C*-algebrák reprezentációja.

Irodalom:
I. Gohberg, S. Goldberg, M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003
J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980
M. Birman, M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (in Russian. There is also an English translation of the book).

Potenciálelmélet, BMETE92MM04, 2/0/0/f/3

Motiváció: elektrosztatika. Dirichlet probléma, Brown mozgás. Logaritmikus potenciál: minimumelv, extremális mérték, egyensúlyi potenciál, mérték és potenciál kapcsolata. Súlyozott polinomok: súlyozott Fekete-pontok, transzfinit átmérő, Csebisev-polinom. Dirichlet probléma nem folytonos ill. nem korlátos peremfeltétellel. (Perron-Wiener-Brelot megoldás, súlyozott terek, harmonikus mérték.) Regularitási problémák, kisöprési mérték, Brown-mozgás és harmonikus mérték kapcsolata.

Irodalom:
D. R. Adams and L. I. Hedberg, Function Spaces and Potential Theory, Springer, 1996

V. I. Fabrikant, Mixed Boundary Value Problems of Potential Theory and their Aplications in Engineering, Kluwer Acad. Publ. Group, Netherlands, 1991
J. L. Dob, Classical Potential Theory and Its Probabilistic Counterpart, Springer, 1984
O. D. Kellogg, Foundations of Potential Theory, Springer, 1929
H. N. Mhaskar, Introduction to the Theory of Weighted Polynomial Approximation, World Scientific, 1996
(Szerk.) K. Nagy, Elméleti fizikai példatár, Tankönyvkiadó, 1981
T. Ransford, Potential Theory in the Complex Plane, Camridge Univ. Press, 1994
E. B. Saff and V. Totik , Logarithmic Potentials with External Fields, Springer, 1997

Inverz szórási feladatok, BMETE92MM08, 2/0/0/v/3

A látás, a radar, az ultrahangos orvosi vizsgálat, a földkéreg szerkezetének kutatása, az elemi részecskék közti kölcsönhatások vizsgálata csak néhány példa inverz szórási feladatokra. A kurzus célja ezen problémák matematikai apparátusának bemutatása, bevezető jelleggel. A főbb témakörök:

Időfüggő felépítés: hullámoperátor, szórási operátor, szórásmátrix. Időfüggetlen felépítés: szórásamplitúdó, Lippmann–Schwinger egyenlet. Dirichlet-to-Neumann operátor, Sylvester–Uhlmann alaptétel. Akusztikus szórás, elektromágneses szórás. Egy- és háromdimenziós kvantumszórási feladatok. A kvantummechanikai soktest-probléma.

Irodalom:
V. Isakov, Inverse Problems for Partial Differential Equations, Springer, New York 1998
D. Yafaev, Scattering Theory: Some Old and New Problems, Springer, Berlin, 2000
D. Colton and R. Kress, Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Springer, Berlin 1998
M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics III: Scattering Theory, Academic Press 1979
K. Chadan and P. Sabatier, Inverse Problems in Quantum Scattering Theory, Springer 1989

Disztribúcióelmélet és Green-függvények, BMETE92MM22, 2/0/0/v/2

Általánosított függvény (disztribúció), reguláris disztribúció, disztribúció tartója, szorzása függvénnyel. Disztribúciók konvergenciája, simítás konvolúcióval. Temperált disztribúció. Fügvény nyoma egy tartomány határán. Függvényterek, beágyazási tételek. Fourier transzformáció: azonosságok, hatása L^2-n, az alapfüggvények terén, disztribúciókon és temperált disztribúciókon. Alapmegoldás másodrendű elliptikus egyenletre. Green operátor (rezolvens operátor) tulajdonságai Dirichlet, Neumann és Robin peremfeltételek esetén. Önadjungáltság, kompaktság. Kato-Rellich tétel önadjungált operátor perturbációjáról. Lényegében önadjungált operátorok. Alkalmazás Schrödinger operátorokra. Green-függvény: a rezolvens operátor magfüggvénye. Példák: egyváltozós Schrödinger operátor, többváltozós Laplace operátor. Kapcsolata az alapmegoldással. Szingularitás a főátló közelében. A spektrum részei. Spektrálsorfejtés sajátfüggvényekkkel és általánosított sajátfüggvényekkel. Általánosított Fourier transzformált. A Schrödinger operátor diagonalizálása. Green-függvény felírása általánosított sajátfüggvényekkel.

Irodalom:
Gnädig Péter: Bevezetés a disztribúcióelméletbe és fizikai alkalmazásaiba, Tankönyvkiadó, 1981.
S. Mizohata: The Theory of Partial Differential Equations, Cambridge Univ. Press 1973.
V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó 1979.

Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek, BMETE93MM13, 2/0/2/v/5

Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: véges differencia módszer, multigrid módszer, végeselem módszer. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: végeselem és véges differencia módszerek parabolikus és hiperbolikus feladatokra, Ritz- és Galjorkin-típusú módszerek. Stabilitás. CFL feltétel, von Neumann analízis. Lax ekvivalencia tétele. Operátorszeletelési eljárások és alkalmazásaik. Parciális differenciálegyenletek és numerikus megoldási módszereinek alkalmazásai: Maxwell-egyenletek és numerikus módszerei, származtatott tőzsdei termékek árazása, szilárdságtani feladatok, hővezetési egyenlet és numerikus megoldásainak kvalitatív vizsgálata, légszennyezés-terjedési modellek.

Irodalom:
Stoyan Gisbert, Takó Galina: Numerikus módszerek III, Typotex 1997
Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri: Numerical Analysis, Springer 2000
Stoyan Gisbert: Matlab, Typotex 2005
A.Quarteroni, A.Valli: Numerical Approximation of Partial DifferentialEquations, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994, SCM Series n. 23.

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Diszkrét matematika blokk

---

Algoritmusok és bonyolultságuk, BMEVISZM031, 3/1/0/f/5

A kódoláselmélet algoritmikus kérdései. Geometriai algoritmusok (legközelebbi pontpár, konvex burok meghatározása). Alapvető párhuzamos algoritmusok (PRAM-ek, Brent-elv a gyorsításra). Elosztott algoritmusok hibátlan esetben, egyezségre jutás, ill. ennek lehetetlensége különböző típusú hibák esetén (vonalhiba, leállás, Bizánci típusú hiba). Interaktív bizonyítások, IP=PSPACE. On-line algoritmusok. Paraméteres bonyolultság (korlátos mélységű keresőfák, a gráfminor tétel következményei, W[1]-teljesség). A kvantumalgoritmusok alapjai.

Irodalom:
T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, Budapest, 2003

Gráfok, hipergráfok és alkalmazásaik, BMEVISZM032, 3/1/0/f/5

Tutte tétel és Vizing tétel bizonyítása, alkalmazás az általános faktorproblémára, stabil párosítások, Gale−Shapley tétel. Dinitz probléma, listaszínezés, listaszínezési sejtés, Galvin tétel, síkgráfok listaszínezése, Thomassen és Voigt tételei. Hipergráfok bevezetése, nézőpontok: gráfok általánosításai, halmazrendszerek, 0-1 sorozatok halmazai. Gráfelméleti eredmények általánosítása: Baranyai tétel, Ryser-sejtés. Nevezetes extremális halmazelméleti eredmények: Sperner tétel, LYM egyenlőtlenség, Ahlswede−Zhang azonosság, Erdos−Ko−Rado tétel, Kruskal−Katona tétel. Ramsey tétele gráfokra és hipergráfokra, geometriai alkalmazások. Lineáris algebra alkalmazására példák: Páratlanváros tétel, Graham−Pollak tétel. További geometriai alkalmazások: Chvátal “art gallery” tétele, Borsuk sejtés Kahn−Kalai−Nilli féle cáfolata. Kombinatorikus optimalizálási feladatok poliéderes leírása, példák, perfekt gráfok politópos jellemzése.

Irodalom:

Berge, Claude: Gráfok és hipergráfok (angol nyelven) North-Holland Mathematical Library 6, 1976

Bollobás Béla: Kombinatorika– Halmazrendszerek, hipergráfok, vektorcsaládok és véletlen módszerek a kombinatorikában, (angol nyelven) Cambridge University Press, Cambridge, 1986

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Geometria blokk

---

Projektív geometria, BMETE94MM01, 2/2/0/f/5

Gyakorlati perspektíva és az ideális térelemek bevezetése. Harmonikus négyes. Projektív skála. Projektív összeadás, szorzás. Illeszkedési struktúrák. Projektív és affin síkok.

Galois-geometriák. Koordináta test jellemzése a Desargues-, Papposz–Pascal tétel alapján. Projektív koordináta-rendszer. A projektív geometria alaptétele és a kollineációk jellemzése (véges test, valós és komplex test felett). A lineáris algebra eszközeinek használata, n-dimenziós szférikus tér, projektív tér, affin tér. Kollineációk és polaritások osztályozása a Jordan-féle normálalak alapján. Projektív metrikák, euklideszi és nem-euklideszi terek áttekintése. A számítógépi megjelenítés projektív geometriai alapjai. 3-dimenziós és 4-dimenziós centrális vetítés a számítógép képernyőjén.

Irodalom:

M. Berger: Geometry I, II, Springer, 1994

H.S.M. Coxeter: Projective Geometry, Univ. of Toronto Press, 1974

Kombinatorikus és diszkrét geometria, BMETE94MM02, 3/1/0/v/5

Helly, Radon, Caratheodory tételek és alkalmazásaik, pontok konvex burkának algoritmikus előállítása, n-dimenziós Euler–Poincare formula konvex poliéderre.

Pontrendszerek átmérője (pontrendszer által meghatározott egyenlő hosszú szakaszok, azonos területű háromszögek maximális száma), Erdős–Szekeres tétel és következményei, szakaszok metszéspontjainak számáról, egyszerű sokszög triangulációja.

Brower fixpont tétel, Borsuk–Ulam tétel, Euler–Poincare formula szimpliciális komplexusra.

A rácsgeometria algoritmikus és bázisválasztási problémáiról: Minkowski, Hermite, Korkine–Zolotareff és Lovász redukciók, Dirichlet–Voronoi cellák és rövid vektorok. Kódelméleti alkalmazások.

Irodalom:

Szabó László: Kombinatorikus geometria és geometriai algoritmusok, Polygon, 2003

E.M. Patterson: Topology, Oliver and Boyd, Edinburgh and London,1956

P.M. Gruber – C.G. Lekkerkerker: Geometry of numbers, North-Holland Math. Lib. 1987

B. Grunbaum, Convex polytopes, John Wiley and Sons, 1967

Nemeuklideszi geometria, BMETE94MM03, 3/1/0/v/5

A tárgy célja, hogy bemutassuk a klasszikus állandó görbületű nemeuklideszi geometriákat, azok modelljeit 2 és 3 dimenzióban, valamint betekintést adunk a relativitáselmélet geometriai vonatkozásaiba.

Hiperbolikus tér: modellek, és kapcsolataik (Cayley–Klein-, Poincaré-, féltér-, komplex-, vektormodell). d = 2: trigonometria, területszámítás, átdarabolhatóság, nem valós csúcsú háromszögek terület fogalma, számolások modellekben. Hiperbolikus sík diszkrét csoportjairól, Coxeter csoportok, kövezések. d = 3: Síkok gömbök, horoszférák, hiperszférák, ezek felírása. Poliéderek térfogatszámítása. Lobacsevszkij függvény, „Coxeter honeycombs".

Szférikus tér: a hiperbolikus geometriában leírtak mintájára áttekintjük a d = 2, 3 dimenziós szférikus terek analóg kérdéseit.

Relativitáselmélet: A tér-idő lineáris geometrizálása 1 + 1 dimenzióban: Galilei tér-idő affin síkon, Gelilei-transzformáció és sebességösszeadás. Lorentz tér-idő és Minkowski-sík. Lorentz-transzformáció és sebességösszeadás, az időrövidülés problémája.

Tér-idő sokaság: Differenciálható sokaság és érintőterei (ismétlés), Riemann és pszeudo-Riemann sokaság. Tenzor-fogalom. Kovariáns deriválás és görbületi tenzor. Ricci-tenzor és az Einstein-egyenlet.

Schwarzschild megoldás: Merkur pálya-ellipszis elfordulása, fényelhajlás, vörös-eltolódás.

Irodalom:

Alekseevskij, D. V.; Vinberg, È. B.; Solodovnikov, A. S. Geometry of spaces of constant curvature. Geometry, II, 1–138, Encyclopaedia Math. Sci., 29, Springer, Berlin, (1993)
G. Horváth Á. – Szirmai J. Nemeuklideszi geometriák modelljei, Typotex, Budapest (2004)
Novobáczky Károly: A relativitás elmélete, Tankönyvkiadó, Bp. (1963)
R. Sachs – H. Wu: General Relativity for Mathematicians, Springer (1977)

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Operáció kutatás blokk

---

Nemlineáris programozás, BMETE93MM04, 3/1/0/v/5

Előkövetelmény: **Lineáris programozás**

1. Optimalitás feltételei: Elsőrendű szükséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Másodrendű szükséges + elégséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Konvex (és konkáv) függvények tulajdonságai, minimalizálás és maximalizálás. Ponthalmaz leképezések, zártság, összetett leképezések, globális konvergencia-tétel.

2. Vonal menti optimalizálás: Konvergencia-sebesség, Armijo szabály. Fibonacci, aranymetszés, Newton módszer vonal menti optimalizálásra. Görbe illesztéses algoritmusok, pontatlan vonal menti optimalizálás zártsága.

3. Feltétel nélküli optimalizálás: Legmélyebb leszállás algoritmusa, Kantorovich egyenlőtlenség, konvergenciasebesség. Newton módszer. Koordinátánkénti minimalizálás, konvergencia és zártság, távolságtartó lépések. Konjugált irányok, kiterjeszkedő alterek. Konjugált gradiens módszer, optimalitása. A részleges konjugált gradiens módszer, konvergenciasebesség. Nem-

kvadratikus problémák, Fletcher–Reeves, PARTAN Kvázi-Newton módszerek, legmélyebb leszállás és Newton módszer kombinációja.

Legkisebb négyzetek módszere, Gauss–Newton és Levenberg–Marquardt algoritmus

4. Feltételek melletti optimalizálás: Tangens sík, regularitás – feltételek karakterizálása. Elsőrendű szükséges feltételek. Másodrendű szükséges és elégséges feltételek. Primál módszerek, megengedett irányok (Zoutendijk).

Aktív halmaz stratégia, munkahalmaz, Langrange szorzók szerepe, érzékenység. Kuhn–Tucker tétel.

Gradiensvetítés, lineáris feltételek esetén, nemlineáris feltételek esetén. A redukált gradiens módszer. Büntető és korlát függvények módszerei. Lokális dualitás tétel. Duál és metszősík módszerek. Lineáris komplementaritási feladat. A kvadratikus programozási feladat és a komplementaritási feladat kapcsolata. Belsőpontos algoritmusok.

Irodalom:
D.G. Luenberger: Linear and Nonlinear Programming, 2nd ed. Addison Wesley, 1984.
M.S Bazaraa, H.D.Sherali, C.M.Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley and Sons, New York, 1993.
E.deKlerk, C.Roos, T.Terlaky: Nemlineáris optimalizálás, Operációkutatás sorozat, No. 5., Aula kiadó.

Sztochasztikus programozás, BMETE93MM05, 3/1/0/v/5

Statisztikai döntési elvek. Pétervári probléma, Bernoulli-elv és az újságárus probléma, holland gátmagasítási probléma, 'safety first' elv, Marschak döntési elv, a Bayes-i döntési elv, Markowitz elv, játékelmélet, Neumann János tétele.

Konvexitási tételek. A logkonkáv mértékek elmélete.Általános konvexitási tételek. Valószínűségi eloszlásfüggvények konkávitási és kvázi-konkávitási tételei.

Statikus sztochasztikus programozási modellek. Valószínűség maximalizálás. Egyedi, illetve együttes valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok elmélete és megoldási módszerei. Feltételes várható értéket tartalmazó modellek. Véletlen célfüggvényes modellek. Büntetéses sztochasztikus programozás elmélete és speciális esetekre vonatkozó megoldási módszerei: diszkrét eloszlás, egyenletes eloszlás esete.

Dinamikus sztochasztikus programozási modellek. Kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat és matematikai tulajdonságai. Diszkrét valószínűségi vektorváltozóra vonatkozó kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat megoldása bázis dekompozíciós módszerrel. A Wets-féle, 'L-shaped' megoldási módszer. A sztochasztikus dekompozíció és a feltételes sztochasztikus dekompozíció módszere. Sztochasztikus kvázi-gradiens módszerek. Többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok. Bázis dekompozíció és 'L-shaped' megoldó módszer a többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok esetében.

A sztochasztikus programozás néhány alkalmazása. Elektromos energia véletlen hatások melletti termelése és kapacitás bővítése. Erőművi megbízhatósági elemzések. Tó vízkészlet szabályozása. Tározók optimális irányítása. A PERT probléma. Pénzügyi modellek.

Irodalom:
Prékopa: Stochastic Programming, Kluwer Academic Publishers, Budapest, 1995

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Számelmélet blokk

Algebrai számelmélet, BMETE91MM07, 2/0/0/v/3

Gauss-egészek és Lagrange tétele, valós kvadratikus testek és Pell-egyenletek. Algebrai számok, algebrai egészek. Algebrai számtestek, nyom és norma. Rácsok, rendek, egész-zártság, törtideálok. Dedekind-gyűrűk és ezek tulajdonságai, ideálok faktorizációja, faktorizáció bővítésekben. Bevezetés az értékeléselméletbe; algebrai számtestek értékelései. A Dirichlet-féle log-leképezés, Dirichlet egységtétele, Pell-egyenletek. Minkowski tétele rácsokra. Ideálok normája. Az osztálycsoport végessége. Körosztási testek egészeiről, a Fermat-tétel reguláris prím kitevőre. A Hasse-elv kvadratikus alakokra. Betekintés az osztálytest elméletbe.

Irodalom:
Lang S.: Algebraic Number Theory, Springer, 2000
Niven I., Zuckerman H.S., Montgomery H.L.: An Introduction to the Theory of Numbers, Wiley, 1991
Freud R., Gyarmati E.: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000
Ireland K., Rosen M.: A Classical Introduction to Modern Number Theory, Springer, 1998

Analitikus számelmélet, BMETE95MM13, 2/0/0/f/2

A tárgy célja, hogy a matematika egy klasszikus fejezetének módszereivel, eredményeivel megismertesse a hallgatókat. Partíciók, additív problémák, reprezentációfüggvények. A generátorfüggvény-módszer. Additív reprezentációfüggvények átlagának közelítése: Erdős–Fuchs tétel. Háromtagú számtani sorozatot nem tartalmazó sorozatok sűrűsége. Hardy–Ramanujan-féle partíció-tétel. Waring-probléma. Dirichlet-sorok; L-függvények és gyökeik. A Prímszám-tétel bizonyítása.

Irodalom:
Donald J. Newman, Analytic Number Theory, Springer, 2000

Algebrai és aritmetikai algoritmusok, BMETE91MM08, 3/1/0/f/5

Alapvető módszerek: műveletek egész számokkal, polinomokkal, mátrixokkal. A véges Fourier-transzformáció és alkalmazásai, a bilineáris bonyolultság elemei. Kínai maradéktétel, moduláris aritmetika. Prímtesztelés. Algoritmusok egész számok felbontására és a diszkrét logaritmus-feladatra. Kriptográfiai alkalmazások. Polinomok hatékony felbontása véges testek és algebrai számtestek felett. Elliptikus görbék, alapvető algoritmusok, ezek alkalmazásai. Moduláris algoritmusok és interpoláció. Hermite, Cauchy, Padé approximáció. Gröbner bázisok.

Irodalom:
Iványi Antal: Informatikai algoritmusok (Algebra, Komputer algebra, Számelmélet fejezetek)

Differenciált szakmai ismeretek specializáció nélkül: Sztochasztika blokk

Markov-folyamatok és martingálok, BMETE95MM07, 3/1/0/v/5

1. Martingálok: Ismétlés (Feltételes várható érték és toronyszabály, valószínűségi konvergencia-típusok és kapcsolataik, martingálok, megállított martingálok, Doob dekompozíció, kvadratikus variáció, maximál-egyenlőtlenségek, martingál konvergencia tételek, opcionális megállítás tétel, lokális martingálok). Martingálok konvergenciahalmazai, a négyzetesen integrálható eset. Alkalmazások (pl. Gambler's ruin, urnamodellek, szerencsejáték, Wald-azonosságok, exponenciális martingál). Martingál CHT, alkalmazások. Höffding–Azuma egyenlőtlenség és alkalmazásai (pl. utazó ügynök probléma)
2. Markov láncok: Ismétlés (definíciók, állapotok osztályozása, stacionárius eloszlás, reverzibilitás, tranziencia-(null-)rekurrencia). Elnyelési valószínűségek. Martingálok alkalmazásai, Markov-lánc CHT. Markov-láncok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-láncokra. Bolyongások és elektromos áramkörök.
3. Felújítási folyamatok: Laplace transzformált, konvolúció. Felújítási folyamat, felújítási egyenlet. Felújítási tételek, regeneratív folyamatok. Stacionárius felújítás, felújítási paradoxon. Sorbanállási alkalmazások
4. Pontfolyamatok: Pontfolyamatok definíciója. Poisson pontfolyamat egy és több dimenzióban. Poisson folyamat transzformációi (jelölés és ritkítás, transzformálás függvénnyel, alkalmazások). Poisson pontfolyamatból származtatott pontfolyamatok
5. Diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: Ismétlés (generátor, kapcsolat Markov-láncokkal, Kolmogorov előre és hátra egyenlet, állapotok osztályozása, tranziencia-(null-)rekurrencia, stacionárius eloszlás). Reverzibilitás, MCMC. Abszorbciós valószínűségek és elérési idők. Martingálok alkalmazásai (pl. ugró folyamatok kompenzátora). Markov-folyamatok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-folyamatokra. Lokálisan diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: generátor tesztfüggvényeken

Irodalom:

S. Karlin, H.M. Taylor:: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest
T. Lindvall: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
J.R. Norris: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
S. Resnick: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.
M. Rosenblatt: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.
D. Williams: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.

Sztochasztikus differenciálegyenletek BMETE95MM08 3/1/0/v/5

Előkövetelmény:
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai ÉS **Markov-folyamatok és martingálok**

Bevezetés, ismétlés: Ito-integrál Wiener-folyamat szerint, integrálás folytonos martingál szerint, többdimenziós sztochasztikus integrál.

Lokális idő: Egydimenziós bolyongás lokális ideje, inverz lokális idő, diszkrét Ray–Knight-tétel. Egydimenziós Brown-mozgás lokális ideje és a folytonos Ray–Knight-tétel. Tanaka-formula és alkalmazásai. Szkorohod-tükrözés, tükrözött Brown-mozgás, P. Lévy egy tétele.

Sztochasztikus differenciálegyenletek: A diffúziós alappéldák (Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, exponenciális Brown) SDE-i. Transzformált diffúzió SDE-je. Gyenge és erős megoldások, létezés, egyértelműség, nem-egyértelműség. Peremfeltételek és az infinitezimális generátor pontos értelmezése. Sztochasztikus differenciálegyenletek alkalmazásai fizikában, populáció dinamikában, gazdaságtudományban.

Diffúziók: Alappéldák: Ornstein–Uhlenbeck-, Bessel-, Bessel-squared-folyamatok, geometriai Brown-mozgás. Diffúziók, mint sztochaszikus integrálok és mint Markov-folyamatok. Infinitezimális generátor, sztochasztikus félcsoport. A martingál-probléma. Kapcsolat parabolikus és elliptikus parciális differenciálegyenletekkel. Feynman–Kac-formula. Idő-csere és Cameron–Martin–Girszanov-formula.

Egydimenziós diffúziók sajátosságai: Skála-függvény és sebesség-mérték. Peremfeltételek egy pontban. Idő-megfordítás. Alkalmazások konkrét folyamatokra.

Speciális kiegészítő fejezetek: Brownian excursion, kétdimenziós Brown-mozgás, SLE, Markov-folyamatok additív funkcionáljai.

Irodalom:

K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. 2nd ed. Birkauser, 1989
N. Ikeda, S. Watanabe: Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd ed. North Holland, 1989
K. Ito, H.P. McKean: Diffusion processes and their sample paths. Springer, 1965
J. Jacod, S.N. Shiryaev: Limit theorems for stochastic processes. Springer, 1987
S. Karlin, H.M. Taylor: A second course in stochastic processes. Academic, 1981
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. 3rd edition. Springer, 1999

Határeloszlás- és nagy eltérés tételek, BMETE95MM10, 3/1/0/v/5

Határeloszlás-tételek: Valószínűségi mértékek és eloszlások gyenge konvergenciája. Feszesség: Helly-Prohorov-tétel. Határeloszlás-tételek puszta kézzel: Tükrözési elv alkalmazása bolyongásra: Paul Lévy arcussinus tételei, maximum, lokális idő és első elérések határeloszlása. Független és azonos eloszlású valószínűségi változók maximumának határeloszlása, extremális eloszlások. Határeloszlás-tétel a szelvénygyűjtő (coupon collector) problémájára. Határeloszlás-tétel bizonyítása momentum-módszerrel. Határeloszlás-tétel bizonyítása karakterisztikus függvény módszerével. Lindeberg-tétel alkalmazásai. Erdős–Kac-tétel: CHT a prímosztók számára. Stabilis eloszlások. Szimmetrikus stabilis eloszlások karakterisztikus függvényeinek jellemzése. Konvergencia szimmetrikus stabilishoz. Alkalmazások. Általános (nem szimmetrikus) stabilis eloszlás karakterisztikus függvényének jellemzése, ferdeség. Határeloszlás-tétel nem szimmetrikus esetben.

Korlátlanul osztható eloszlások: Lévy–Hincsin-formula, Lévy-mérték. Poisson pont folyamatok és kapcsolatuk korlátlanul osztható eloszlásokkal. Korlátlanul osztható eloszlások mint széria-sorozatok határeloszlása.

Alkalmazások. Lévy-folyamatok – bevezetés: Lévy–Hincsin-formula és a folyamatok felbontása. Pozitív (növekvő, szubordinátor) és korlátos változású Lévy-folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

Nagy eltérés tételek: Bevezetés: Ritka események és nagy eltérések, nagy eltérés elv (LDP), nagy eltérések számolása puszta kézzel (Stirling-formulával). Kombinatorikus módszerek: Típusok módszere, Szanov-tétel véges abc-re.

Nagy eltérés tételek véges dimenzióban: Bernstein-egyenlőtlenség, Chernov-korlát. Cramer-tétel. Konvex analízis elemei, konvex konjugálás véges dimenzióban, Cramer tétel R^d-ben.

Gartner–Ellis-tétel. Alkalmazások: nagy eltérés tételek bolyongásokra, véges állapotterű Markov-láncok trajektóriájának empirikus eloszlására, statisztikai alkalmazások.

Általános elmélet: Nagy eltérés elvek általában. Kontrakciós elv és Varadhan-lemma. Nagy eltérések topologikus vektorterekben, függvényterekben, absztrakt konvex analízis. Alkalmazások: Schilder-tétel, Gibbs feltételes mérték és statisztikus fizika elemei.

Irodalom:

A. Dembo, O. Zeitouni: Large deviation techniques and application. Springer, 1998
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B.V. Gnedenko, A.N. Kolmogorov: Független valószínűségi változók összegeinek határeloszlásai
W. Feller: An introduction to probability theory and its applications. Vol.2. Wiley, 1970
D.W. Stroock: An introduction to the theory of large deviations. Springer, 1984
S.R.S. Varadhan: Large deviations and applications. SIAM Publications, 1984
D. Williams: Probability with martingales. Cambridge UP, 1990

Sztochasztikus modellek, BMETE95MM11, 2/0/0/f/2

Csatolásos módszerek (sztochasztikus dominancia, val. változók és folyamatok csatolásai, példák: átjárhatóság duális gráffal, optimalizálási problémák, kombinatorikus valószínűségi feladatok). Perkoláció (definíciók, korrelációs egyenlőtlenségek, dualitás, kontúr módszerek). Erősen függő perkoláció: Winkler perkoláció, kompatibilis 0-1 sorozatok. Statisztikus fizika alapjai (Gibbs mérték, néhány alapmodell). Kártyakeverések (teljesen kevert pakli, hányszor kell egy paklit megkeverni?). Véletlen gráfmodellek (Erdős–Rényi, Barabási–Albert; alapjelenségek). Bolyongások változatai: scenery reconstruction, self-avoiding és self-repelling bolyongás, loop-erased bolyongás, bolyongás véletlen közegben. Sorbanállási modellek és azok alaptulajdonságai; stacionárius eloszlás és reverzibilitás, Burke-tétel; sorbanállási rendszerek. Kölcsönható részecskerendszerek (simple exclusion tóruszon és végtelen rácson, egyensúlyi eloszlás, Palm-eloszlások, csatolások, egyéb rendszerek). Folytonos idejű Markov-folyamatok grafikus konstrukciója (Yule modell, Hammersley folyamat, részecskerendszerek). Önszervező kritikusság: homokszem-modellek (konstrukció kérdései, a dinamika kommutatív tulajdonsága, egyensúly véges térfogatban, korreláció hatványlecsengése). Stacionárius folyamatok lineáris elmélete: erősen és gyengén stacionárius folyamatok, spektrális tulajdonságok, autoregressziós és mozgó átlag folyamatok. Idősorok elemzése, hosszúmemóriájú folyamatok. Kockázati folyamatok modelljei.

Irodalom (válogatott fejezetek az alábbi – és további – művekből):

G. Grimmett: Percolation. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
T. Liggett: Interacting Particle Systems. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
T. Lindvall: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
H. Thorisson: Coupling, Stationarity, and Regeneration. Springer-Verlag, New York, 2000.
J. Walrand: An Introduction to Queueing Networks. Prentice Hall 1988
W. Werner: Lectures on Two-dimensional Critical Percolation, http://arxiv.org/abs/0710.0856
W. Werner: Random Planar Curves and Schramm–Loewner Evolutions, http://arxiv.org/abs/math/0303354
O. Zeitouni: Lecture Notes on Random Walks in Random Environment, XXXI summer school in probability, St Flour, France, Volume 1837 of Springer's Lect. notes in Math.

Haladó dinamikai rendszerek, BMETE95MM12, 2/0/0/f/2

Szubadditív és multiplikatív ergodtételek. Lyapunov exponensek. Mértéktartó leképezések spektrális tulajdonságai. Shadowing lemma. Markov felbontások és konstrukcióik egyenletesen hiperbolikus rendszerekre. Perron–Frobenius operátor és spektruma. Doeblin–Fortet egyenlőtlenség. Hiperbolikus dinamikai renszerek sztochasztikus tulajdonsaágai. Kolmogorov–Sinai entrópia. Ornstein izomofia tétele (bizonyítás nélkül).

Irodalom:
M. Pollicott: Lectures on Ergodic thepry and Pesin Theory on compact manifolds, CUP, 1993
R. Bowen: Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. Springer LNM 470, 1975
M. Brin, G. Stuck: Introduction to Dynamical Systems. CUP, 2002

Statisztikai programcsomagok 2, BMETE95MM09, 0/0/2/f/2

A kurzus célja a statisztika modern számítógépes eszközeinek áttekintése a szükséges elméleti háttér ismertetésével.

1. SPSS használata programmódban. Felhasználói programrészletek írása. A programok outputjainak értelmezése (az ott fellépő statisztikák jelentése és angol elnevezése) és ennek megfelelően a paraméterek beállítása.

2. S+ és R programcsomag használata és az SPSS-ben nem található új algoritmikus modellek áttekintése (bootstrap, jackknife, ACE).

3. Konkrét alkalmazás: Egy konkrét adatrendszer részletes elemzése S+-ban.

Irodalom:
K. V. Mardia, J. T. Kent, M. Bibby: Többváltozós analízis, angolul, Academic Press, New York, 1979
Ketskeméty, L., Izsó, L., Bevezetés az SPSS programrendszerbe, ELTE Kiadó, Budapest, 2005
S+ vagy R Felhasználói útmutató (a programcsomaggal együtt letölthető)

Analízis specializáció

Matematikai perkolációelmélet, BMETE95MM24, 2/0/0/f/3

A prekoláció jelensége, véletlen gráfok geometriája, fázisátmenet. Elemi eszközök: Harris egyenlőtlenség és p_c legegyszerűbb becslése. Végtelen klaszterek száma (unicitási tétel), a perkolációs valószínüség folytonossága p_c felett. Van den Berg-Kesten egyenlötlenség, Russo formula. Fürteloszlás exponenciális lecsengése szubkritikus esetben (Aizenman-Barsky és Menshikov tételei). Kétdimenziós problémák: 1. Gráfok dualitása, Sykes-Essam sejtés, Russo-Seymour-Welsh tétel. 2. Kesten és Russo tételei: $p_c + p^*_c = 1$. 3. Kritikus perkoláció konform-invarianciája, Cardy formula, S. Smirnov tétele.

Irodalom:
H. Kesten: Percolation Theory for Mathematicians, Birhauser 1982
G. Grimmett: Percolation (2nd edition), Springer 1999

A klasszikus mechanika matematikai módszerei, BMETE93MM12, 2/0/0/f/2

A variációszámítás alapfeladata. Euler–Lagrange differenciálegyenletek. Geometriai módszerek a mechanikában. Lagrange- és Hamilton-rendszerek. Legendre transzformáció. Hamilton-egyenletek. Szimmetriák és megmaradási tételek.

Irodalom:
V.I. Arnold: A mechanika matematikai módszerei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985

Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek, BMETE92MM07, 2/0/2/v/5

Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: véges differencia módszer, multigrid módszer, végeselem módszer. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: végeselem és véges differencia módszerek parabolikus és hiperbolikus feladatokra, Ritz- és Galjorkin-típusú módszerek. Stabilitás. CFL feltétel, von Neumann analízis. Lax ekvivalencia tétele. Operátorszeletelési eljárások és alkalmazásaik. Parciális differenciálegyenletek és numerikus megoldási módszereinek alkalmazásai: Maxwell-egyenletek és numerikus módszerei, származtatott tőzsdei termékek árazása, szilárdságtani feladatok, hővezetési egyenlet és numerikus megoldásainak kvalitatív vizsgálata, légszennyezés-terjedési modellek.

Irodalom:
Stoyan Gisbert, Takó Galina: Numerikus módszerek III, Typotex 1997
Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri: Numerical Analysis, Springer 2000
Stoyan Gisbert: Matlab, Typotex 2005
A.Quarteroni, A.Valli: Numerical Approximation of Partial DifferentialEquations, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994, SCM Series n. 23.

Vektorterek a fizikában, BMETE92MM21, 2/0/0/f/2

A tenzorszorzat absztrakt definíciója és tulajdonságai. Lineáris leképezések tenzorszorzata és nyoma. A külső algebra alapvető tulajdonságai. Mátrixinvariánsok defíciója a tenzorszorzat segítségével, és kapcsolatuk a karakterisztikus egyenlettel. Hodge-operátor a külső algebrán. Differenciálható sokaságok alapjai. Divergencia, gradiens és Laplace-operátor sokaságokon. Külső deriválás. A téridőn értelmezett Maxwell-egyenletek koordinátamentes alakja. Maxwell-egyenletek felírása görbült téridőn. Gauss-Osztrogradszkij-Stokes féle integráltétel tetszőleges dimenziójú részsokaságra, számolási példákkal.

Irodalom:
Y.C. Bruhat, Analysis, Manifolds and Physics I. II. (Elsevier Sci.B.V., Amsterdam 1996).
Szenthe J. Bevezetés a sima sokaságok elméletébe (ELTE Eötvös kiadó, Budapest 2002).

Mátrixanalízis, BMETE92MM03, 2/0/0/v/3

Lineáris terek, lineárisan független vektorok, bázis, lineáris leképezések és mátrixuk. Belső szorzat, Hilbert-tér, ortonormált bázis. Normák a mátrixtereken. Önadjungált és unitér mátrixok. Mátrixok sajátvektorai, sajátértékek és szinguláris értékek, valamint a lokalizációjuk. Pozitív definit mátrixok és tulajdonságaik. Mátrixok tenzorszorzata és Hadamard-szorzata, Schur-lemma, ezeknek a szorzatoknak az alkalmazásai. Mátrixok függvényei, a rezolvens és az exponenciális függvény tulajdonságai, Lie-Trotter formula. Mátrixfüggvények differenciálása. Egyenlőtlenségek: Mátrixmonoton és mátrixkonvex függvények, exponenciális, logaritmus- és hatványfüggvények. Blokkmátrixok tulajdonságai és használata. Mátrixok számtani és mértani közepe. Mátrixok alkalmazása lineáris differenciálegyenletek megoldására. Pozitív elemű mátrixok.

Irodalom:

Rajendra Bhatia: Matrix Analysis, Springer, 1997
Kérchy László: Bevezetés a véges dimenziós vektorterek elméletébe, Polygon, 1997
Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Kiadó, 2002
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1976

Matematikai kémia, BMETE92MM09, 2/0/2/v/5

Az alkalmazott matematikus néhány fontos eszköze: Speciális függvények, Laplace-transzformáció, kvalitatív vizsgálatok, nemlineáris rendszerek, túl az elemi statisztikán, matematikai programcsomagok. Optimumszámítási modellek, differenciálegyenletek paramétereinek becslése.
Modellekről: statikus és dinamikus, diszkrét és folytonos, sztochasztikus és determinisztikus, lineáris és nemlineáris modellek.
A fizikai kémia problémái. A homogén reakciókinetika modelljei és problémái. Sztöchiometria: lineáris algebrai és számelméleti módszerek. Tömeghatás típusú kinetika: gráfokon értelmezett differenciálegyenletek. Egyensúly, oszcilláció, káosz. Érzékenységvizsgálat. Modellredukció. Sztochasztikus reakciókinetika: ugró Markov-folyamatok. Biokémiai alkalmazások, enzimkinetika, farmakokinetika, gyógyszeradagolás, gyógyszertervezés. Kvantitatív összefüggések molekulák szerkezete és hatása között. Kvantumkémiai alkalmazásokról. Neurobiológia. Reakció-diffúzió-modellek. Mintázatképződés kémiai, biológiai és közgazdasági modellekben.

Irodalom:

Bazsa Gy. (szerk.): Nemlineáris dinamika és egzotikus kinetikai jelenségek kémiai rendszerekben, Egyetemi jegyzet (Kézirat), Debrecen, Budapest, Gödöllő, 1992
Érdi, P., Tóth, J.: Mathematical Models of Chemical Reactions. Theory and Applications of Deterministic and Stochastic Models, Princeton University Press, Princeton, 1989
Feinberg, M.: Lectures On Chemical Reaction Networks (Lecture notes)
www.che.eng.ohio-state.edu/~FEINBERG/LecturesOnReactionNetworks/
Farkas Miklós: Dynamical Models in Biology, Academic Press, New York, 2001
Murray, J. D.: Mathematical biology, Springer, 2004

Operátorelmélet, BMETE92MM05, 3/1/0/v/5

Hilbert terek alapfogalmait ismertnek feltételezzük. Zárt és lezárható operátorok, a zárt gráf tétel. A spektrálelmélet alapjai zárt operátorokra. Zárt szimmetrikus és önadjungált operátorok. Szimmetrikus operátor és önadjungált kiterjesztése. Hermitikus forma által definiált operátorok. Zárt normális operátorok.

Véges rangú és kompakt operátorok. Hilbert–Schmidt operátorok. Mátrix operátorok.

Integrálás spektrál mértékre vonatkozóan. Zárt önadjungált operátorok spektrálfelbontása és spektrumának tulajdonságai. Normális operátorok spektrálfelbontása.

Szimmetrikus operátorok kiterjesztései: defekt indexek és Cayley transzformáltak. Kiterjesztés a Hilbert tér bővítésével: Najmark tétele. Önadjungált kiterjesztések és spektrumaik. Analitikus vektorok. Önadjungált operátorok perturbációja. Scattering. Egyoldali eltolás operátora, Wold–Neumann felbontás. Kétoldali eltolás. Kontrakciók. Invariáns vektorok, kanonikus felbontás. Kontrakció izometrikus és unitér dilatációja.

Operátorok Banach terekben. Holomorf függvények és kontúrintegrálok. Holomorf függvénykalkulus korlátos, ill. zárt operátorokra. Kompakt operátorok. A Riesz–Schauder elmélet. Nöther és Fredholm operátorok. Operátor félcsoportok Banach terekben. Lineáris rendszerek operátorelméleti alapjai.

Banach algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Ideálok. A Gelfand transzformáció. C*-algebra elemének spektruma. A Gelfand–Najmark kommutatív tétel. C*-algebrák reprezentációja.

Irodalom:
I. Gohberg, S. Goldberg, M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003
J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980
M. Birman and M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (in Russian. There is also an English translation of the book).

Potenciálelmélet, BMETE92MM04, 2/0/0/f/3

Motiváció: elektrosztatika. Dirichlet-probléma, Brown-mozgás. Logaritmikus potenciál: minimumelv, extremális mérték, egyensúlyi potenciál, mérték és potenciál kapcsolata. Súlyozott polinomok: súlyozott Fekete-pontok, transzfinit átmérő, Csebisev-polinom. Dirichlet probléma nem folytonos, ill. nem korlátos peremfeltétellel. (Perron–Wiener–Brelot-megoldás, súlyozott terek, harmonikus mérték.) Regularitási problémák, kisöprési mérték, Brown-mozgás és harmonikus mérték kapcsolata.

Irodalom:
D. R. Adams and L. I. Hedberg, Function Spaces and Potential Theory, Springer, 1996
V. I. Fabrikant, Mixed Boundary Value Problems of Potential Theory and their Aplications in Engineering, Kluwer Acad. Publ. Group, Netherlands, 1991
J. L. Dob, Classical Potential Theory and Its Probabilistic Counterpart, Springer, 1984
O. D. Kellogg, Foundations of Potential Theory, Springer, 1929
H. N. Mhaskar, Introduction to the Theory of Weighted Polynomial Approximation, World Scientific, 1996
(Szerk.) K. Nagy, Elméleti fizikai példatár, Tankönyvkiadó, 1981
T. Ransford, Potential Theory in the Complex Plane, Camridge Univ. Press, 1994
E. B. Saff and V. Totik , Logarithmic Potentials with External Fields, Springer, 1997

Inverz szórási feladatok, BMETE92MM08, 2/0/0/v/3

A látás, a radar, az ultrahangos orvosi vizsgálat, a földkéreg szerkezetének kutatása, az elemi részecskék közti kölcsönhatások vizsgálata csak néhány példa inverz szórási feladatokra. A kurzus célja ezen problémák matematikai apparátusának bemutatása, bevezető jelleggel. A főbb témakörök: Időfüggő felépítés: hullámoperátor, szórási operátor, szórásmátrix. Időfüggetlen felépítés: szórásamplitúdó, Lippmann–Schwinger-egyenlet. Dirichlet-to-Neumann-operátor, Sylvester–Uhlmann-alaptétel. Akusztikus szórás, elektromágneses szórás. Egy- és háromdimenziós kvantumszórási feladatok. A kvantummechanikai soktest-probléma.

Irodalom:
V. Isakov, Inverse Problems for Partial Differential Equations, Springer, New York 1998
D. Yafaev, Scattering Theory: Some Old and New Problems, Springer, Berlin, 2000
D. Colton and R. Kress, Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Springer, Berlin 1998

M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics III: Scattering Theory, Academic Press 1979
K. Chadan and P. Sabatier, Inverse Problems in Quantum Scattering Theory, Springer 1989

Disztribúcióelmélet és Green-függvények, BMETE92MM22, 2/0/0/v/2

Általánosított függvény (disztribúció), reguláris disztribúció, disztribúció tartója, szorzása függvénnyel. Disztribúciók konvergenciája, simítás konvolúcióval. Temperált disztribúció. Fügvény nyoma egy tartomány határán. Függvényterek, beágyazási tételek. Fourier transzformáció: azonosságok, hatása L^2-n, az alapfüggvények terén, disztribúciókon és temperált disztribúciókon. Alapmegoldás másodrendű elliptikus egyenletre. Green operátor (rezolvens operátor) tulajdonságai Dirichlet, Neumann és Robin peremfeltételek esetén. Önadjungáltság, kompaktság. Kato-Rellich tétel önadjungált operátor perturbációjáról. Lényegében önadjungált operátorok. Alkalmazás Schrödinger operátorokra. Green-függvény: a rezolvens operátor magfüggvénye. Példák: egyváltozós Schrödinger operátor, többváltozós Laplace operátor. Kapcsolata az alapmegoldással. Szingularitás a főátló közelében. A spektrum részei. Spektrálsorfejtés sajátfüggvényekkkel és általánosított sajátfüggvényekkel. Általánosított Fourier transzformált. A Schrödinger operátor diagonalizálása. Green-függvény felírása általánosított sajátfüggvényekkel.

Irodalom:
Gnädig Péter: Bevezetés a disztribúcióelméletbe és fizikai alkalmazásaiba, Tankönyvkiadó, 1981.
S. Mizohata: The Theory of Partial Differential Equations, Cambridge Univ. Press 1973.
V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó 1979.

A klasszikus mezőelméletek geometriája, BMETE94MM11, 2/0/0/f/2

Klasszikus elektrodinamika: a Maxwell-egyenletek formás alakja; a vektorpotenciál bevezethetősége kohomologikus szempontból; mérce-transzformáció; az elektrodinamika reprezentációja spinor-mezőkön; a Diracegyenlet; mágneses monopólusok az elektrodinamikában: a Dirac-féle töltéskvantálás. A Riemann-geometria elemei: differenciálható sokaságok feletti vektornyalábok definíciója, példák; kovariáns deriválás (konnexió, párhuzamos eltolás) vektornyalábokon; a görbületi tenzor előállítása a párhuzamos eltolás sorfejtése segítségével; a Riemann görbületi tenzor és annak szimmetriái. Az általános relativitás-elmélet elemei: az SO(4) csoport véges dimenziós komplex reprezentációinak osztályozása; a Riemann görbületi tenzor invariáns dekompozíciója: a skalárgörbület, a nyomtalan Ricci-tenzor és aWeyl-tenzorok bevezetése; a vákuum Einstein-egyenlet (e fogalmak áttekintése Lorentz-esetben is). A Yang–Mills-elmélet elemei: A Yang–Mills-egyenletek; (anti)önduális konnexiók (insztantonok) fogalma, Atiyah, Hitchin, Singer tételei. Komplex- és majdnem komplex sokaságok: definíciója, holomorf vektornyalábok; tenzorok felbontása majdnem komplex sokaságok felett; a majdnem komplex-sokaságok integrálhatóságára vonatkozó Newlander–Nirenberg-tétel kimondása. A tvisztor-tér fogalma: egy négydimenziós irányított Riemann-sokaság tvisztor-tere; ezen kanonikus majdnem komplex struktúra előállítása; a majdnem komplex struktúra integrálható, ha a Riemann-sokaság félig konformálisan lapos (Penrose, Atiyah–Hitchin–Singer); példák tvisztorterekre: a kerek S4 tvisztor-tere CP3 és ennek csodálatos geometriája. Az ADHM-konstrukció: az (anti)öndualitási-egyenletek megoldása tvisztor-terekkel.

Irodalom:
Fizika és geometria (Fizikus-matematikus nyári iskola, Óbánya, 1997) Szerk.: Barnaföldi G., Rimányi R., Matolcsi, T., MAFIHE, Budapest (1999)
R.S. Ward, R.O. Wells: Twistor geometry and field theory, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1991)
R.M. Wald: General relativity, University of Chicago press, Chicago (1984)

A statisztikus fizika matematikai módszerei, BMETE95MM27, 2/0/0/v/3

Valószínűségszámítási bemelegítés: határeloszlástételek, nagy eltérés tétel. A statisztikus fizika matematikai megfogalmazása: Gibbs mértékek, kapcsolat nagyeltérés elmélettel; A fázisátmenetek problémája. Mean-field (átlag mező) elméletek: a kritikus fluktuációk leírása – Ellis-Newman tétele. Ising- és rácsgáz modellek. Magas hőmérséklet: sorfejtések, analitikusság, Kirkwood-Salsburg egyenletek. Fázisátmenetek matematikája: Lee-Yang tétel; Peierls féle kontúr módszer. Korrelációs egyenlőtlenségek (Griffeaths, Fortuin-Kasteleyn-Ginibre). Folytonos szimmetriájú modellek: klasszikus Heisenberg modell. 2-dimenzióban nincs fázisátmenet: Mermin-Wagner tétel. d = 3-ban van fázisátmenet: Fröhlich-Simon-Spencer tétel.

Optimalizálás specializáció

Nemlineáris programozás, BMETE93MM04, 3/1/0/v/5

Előkövetelmény: **Lineáris programozás**

Konvex halmazok, konvex függvények tulajdonságai, konvex egyenlőtlenségek. Konvex halmazok szeparációja, legközelebbi pont jellemzése, támaszhipersík. Konvex Farkas-lemma és következményei, regularitási feltételek.

Nemlineáris optimalizálási feladat, Lagrange-függvény, Lagrange-nyeregpont feladat, Lagrange-féle duál feladat. Konvex programozás dualitás elmélete: gyenge dualitás tétel. Karush-Kuhn-Tucker tétel. Erős dualitás tételek. Önreguláris konvex programozási feladatok.

Speciális struktúrájú nemlineáris optimalizálási problémák.

Lineáris feltételes konvex kvadratikus célfüggvényes szimmetrikus primál-duál feladat. Optimális megoldások karakterizációs tétele. Lineáris komplementaritási feladat, biszimmetrikus mátrix. Criss-cross módszer a biszimmetrikus lineáris komplementaritási feladatra. Kvadratikus primál szimplex algoritmus. Belsőpontos algoritmus a kvadratikus optimalizálási feladatra: büntetőfüggvényes feladat, optimalitási kritérium, centrális út feladat, centralitás mértéke, dualitás rés csökkenése, konvergencia és komplexitás tételek.

Szemidefinit programozás: alapfeladat, gyenge dualitást tétel, regularitási feltétel, erős dualitás tétel. Optimalitási kritériumok, centrális út. Belsőpontos algoritmus, NT-irány, komplexitás. Szemidefinit programozás alkalmazásai.

Geometriai programozási feladat: pozinom alak, Klafszky-féle alak (primál-duál feladatpár). Geometriai egyenlőtlenség. Gyenge dualitás tétel. Dualitás tétel. A primál és duál feladatok tulajdonságai. Fordított dualitás tétel. A geometriai programozási feladatpár Lagrange-függvénye. A Lagrange-nyeregpont feladat megoldásának és a primál illetve duál optimális megoldások kapcsolata. Önregularitási eredmények a geometriai programozási feladatpárra. Belsőpontos algoritmus a geometriai programozási feladatok megoldására. A geometriai programozás alkalmazása.

Bevezetés az entrópia-, lp-, hiperbolikus- és félig végtelen programozási feladatok elméletébe és alkalmazásába.

Irodalom:
Kovács Margit: A nemlineáris programozás elmélete. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.
M.S Bazaraa, H.D.Sherali, C.M.Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley and Sons, New York, 1993.
E.deKlerk, C.Roos, T.Terlaky: Nemlineáris optimalizálás, Operációkutatás sorozat, No. 5., Aula kiadó.

Kombinatorikus optimalizálás, BMEVISZM029, 3/1/0/v/5

Gráfelméleti algoritmuscsaládok (legrövidebb út, párosítás, hálózati folyamok, a PERT-módszer) átismétlése, nevezetes NP-teljes feladatok a gráfelméletben (pontszínezés, független pontok maximális száma, maximális klikk-méret, Hamilton-kör és -út létezése, az utazó ügynök problémája, irányított köröket lefogó maximális halmazok) és rokon területeken (az egészértékű programozás alapfeladata, a többtermékes folyamprobléma). A lineáris programozás dualitás tételének alkalmazásai, egészértékű programozás, kombinatorikus optimalizálási feladatok, totális unimodularitás: maximális összsúlyú teljes párosítás (optimal assignment), minimálköltségű folyamprobléma egytermékes hálózatban. Matroidok definíciója, bázis, kör, rang, dualitás, minorok. Grafikus és koordinátázható matroidok, Tutte és Seymour tételei. Orákulumok, mohó algoritmus, k-partíció és 2-metszet algoritmus, a 3-metszet probléma, polimatroidok. Polinomrendű algoritmusokkal megoldható nevezetes műszaki problémák: a) a villamos hálózatok klasszikus elméletében (ellenálláshálózatok egyértelmű megoldhatósága, gráfok kör- és vágásmátrixainak tulajdonságai, általánosítás passzív és/vagy nonreciprok hálózatokra), b) a nagybonyolultságú áramkörök tervezésében (egyetlen pontsor huzalozása a Manhattan-modellben, csatornahuzalozás a különféle modellekben, az éldiszjunkt modell alkalmazása) és c) a rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdésekben (merevség, infinitezimális merevség, genetikus merevség, Laman tétele, Lovász és Yemini algoritmusa, a síkbeli rúdszerkezetek minimális számú csuklóval való lefogásának problémája, négyzetrácsok merevítésének kombinatorikus kérdései).

Irodalom:
Jordán Tibor, Recski András és Szeszlér Dávid: Kombinatorikus optimalizálás, Typotex Kiadó, Budapest, 2004

Sztochasztikus programozás, BMETE93MM05, 3/1/0/v/5

Statisztikai döntési elvek. Pétervári probléma, Bernoulli-elv és az újságárus probléma, holland gátmagasítási probléma, ‘safety first’ elv, Marschak döntési elv, a Bayes-i döntési elv, Markowitz elv, játékelmélet, Neumann János tétele.

Konvexitási tételek. A logkonkáv mértékek elmélete. Általános konvexitási tételek. Valószínűségi eloszlásfüggvények konkávitási és kvázi-konkávitási tételei.

Statikus sztochasztikus programozási modellek. Valószínűség maximalizálás. Egyedi, illetve együttes valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok elmélete és megoldási módszerei. Feltételes várható értéket tartalmazó modellek. Véletlen célfüggvényes modellek. Büntetéses sztochasztikus programozás elmélete és speciális esetekre vonatkozó megoldási módszerei: diszkrét eloszlás, egyenletes eloszlás esete.

Dinamikus sztochasztikus programozási modellek. Kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat és matematikai tulajdonságai. Diszkrét valószínűségi vektorváltozóra vonatkozó kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat megoldása bázis dekompozíciós módszerrel. A Wets-féle , 'L-shaped' megoldási módszer. A sztochasztikus dekompozíció és a feltételes sztochasztikus dekompozíció módszere. Sztochasztikus kvázi-gradiens módszerek. Többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok. Bázis dekompozíció és 'L-shaped' megoldó módszer a többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok esetében.

A sztochasztikus programozás néhány alkalmazása. Elektromos energia véletlen hatások melletti termelése és kapacitás bővítése. Erőművi megbízhatósági elemzések. Tó vízkészlet szabályozása. Tározók optimális irányítása. A PERT probléma. Pénzügyi modellek.

Irodalom:
A. Prékopa: Stochastic Programming, Kluwer Academic Publishers, Budapest, 1995

Operációkutatási programrendszerek, BMETE93MM06, 0/0/2/f/2

A tantárgy célja kettős, egyrészt hogy az operációkutatás egyszerűbb algoritmusai számítógépes kódjának az elkészítésével a hallgatók számítógépes programozói gyakorlatra tegyenek szert, másrészt hogy jártasságot szerezzenek a kész operációkutatási szoftverek használatában. A lineáris programozási feladatok standard leírási módja, az MPS adatformátum, illetve a legfontosabb algebrai modellezési nyelvek (GAMS, AMPL, AIMMS. MOSEL) és az azokhoz kapcsolt lineáris, egészértékű, nemlineáris és sztochasztikus programozási szoftverek (CPLEX, XPRESS, Gourobi, MOSEK, MINOS, SNOPT, LOQO, LGO) ismertetése.

Irodalom:
I. Maros: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer Academic Publishers, 2003
J. D. Pintér: Global Optimization in Action, Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1996

Irányítási rendszerek, BMETE93MM07, 2/0/0/v/3

Irányítási rendszerek fogalma, példák irányítási rendszerekre. Lineáris rendszerek tulajdonságai: irányíthatóság, megfigyelhetőség, stabilizálhatóság. Kanonikus alakok, lineáris rendszerek struktúrája. Állapotmegfigyelők. Realizáció. Optimális irányítási feladat. Dinamikus programozás véges feladatra. Dinamikus programozás általános rendszerre. A Hamilton–Jacobi–Bellman-egyenlet. Lineáris-kvadratikus feladat. A pályakövetés feladata. Végtelen időintervallumon tekintett feladat.

Irodalom:
E.D. Sontag: Mathematical Control Theory, 2nd ed. (1998)
Gyurkovics Éva: Irányítási rendszerek, www.math.bme.hu/~gye/OktAny.htm

Bevezetés a közgazdasági dinamikába, BMETE93MM08, 3/1/0/v/5

A hagyományosan statikus közgazdaságtan az utóbbi évtizedekben egyre nagyobb figyelmet fordít a dinamikus közgazdaságtani modellezésre. A fizikához és a biológiához képest itt sokkal fontosabb a diszkrét idejű rendszerek elemzése. A dinamikus optimalizálás nemcsak technika, hanem sokak számára az egyedül lehetséges közgazdasági megközelítés. A téma további megkülönböztető sajátossága, hogy a várakozásokon keresztül nemcsak a múlt, de a jövő(kép) is befolyásolja a jelent. A tantárgy a szükséges matematikai eszközök mellett nagy súlyt helyez a legfontosabb közgazdasági modellek ismertetésére: optimális növekedés, együttélő korosztályok.

Lineáris differenciaegyenletek: készletjelzéses szabályozás. Nem lineáris differenciaegyenletek: stabilitás, ciklus és káosz. Differenciálegyenletek: növekedési modell, árigazodási modell. Dinamikus programozás: optimális halászat. Optimális folyamatok: optimális növekedés és felhalmozás. Együttélõ nemzedékek modelljei. Együttélõ korosztályok modelljei.

Irodalom:
Simonovits A.: Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1998

Játékelmélet, BMETE93MM09, 2/0/0/f/3

A tárgy bevezetést nyújt a játékelméletbe, különösen annak nem-kooperatív változatába. A játékelmélet olyan gazdasági, politikai, katonai stb. helyzeteket modellez, ahol több szereplő optimalizálja a célfüggvényét, amely értéke a többi szereplő döntésétől is függ. A játékelmélet napjainkban a közgazdaságtan alaptudományává válik, amely segítséget nyújt a monopolhelyzetek modellezéséhez, az optimális árverés rendszerének kidolgozásához és még sok más kérdés megválaszolásához. Az előadások szerkezete a következő: nem kooperatív játékelmélet, Nash egyensúly, tökéletes egyensúly, Bayes-i egyensúly.

Irodalom:
J. Tirole: The Theory of Industrial Organization, Chapter 11, MIT Press, Cambridge, MA. 1988

Ökonometria, BMETE93MM10, 0/0/2/f/2

Bevezetés az ökonometriába. Kétváltozós kapcsolatok: lineáris regresszió, legkisebb négyzetes (LS) becslés és statisztikai tulajdonságai, Gauss-Markov tétel, predikció. Többváltozós lineáris regresszió korrelálatlan, azonos szórású hiba, illetve általános hibafolyamat esetén, általános Gauss-Markov tétel, előrejelzés, multi-kollinearitás. Általánosított LS módszer, speciális esetek (autokorrelált zaj, nem azonos szórású korrelálatlan zaj), segédváltozók (IV) módszere. Idősorok elemzése: stacionaritás, autokorreláció, fehérzaj folyamat, speciális modellek (lineáris szűrők, autoregresszív (AR) folyamat, mozgóátlag (MA) folyamat, ARMA folyamatok). Paraméterbecslés (ML-becslés), előrejelzés. Integrált és kointegrált folyamatok (ARIMA modellek), trend, szezonalitás. Spektrálreprezentáció, periodogram és becslése, spektrum becslése. Többváltozós modellek: VAR(1) folyamatok, n-dimenziós ARMA folyamatok, stacionaritás, stabilitás, Lyapunov egyenlet. Frakcionálisan integrált folyamatok, ARFIMA modellek, hosszú emlékezetű folyamatok és becslésük. Sztochasztikus volatilitás modellek: ARCH és GARCH folyamatok, bilineáris folyamatok és jellemzőik, stacionaritás, paraméterbecslés, állapottér reprezentáció. Alkalmazások: pénzpiaci hozamok idősorának vizsgálata, biológiai adatok elemzése.

Irodalom:
Tusnády G. - Ziermann M.: Idősorok analízise, Műszaki, 1986
Ramu Ramanathan: Bevezetés az ökonometriába, PANEM, Budapest, 2003
G.E.P Box and G.M. Jenkins: Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, 1970

Differenciált szakmai ismeretek: Egyéb közös tárgyak

Témalabor 1, 2, BMETE92MM01, 0/0/4/f/4, BMETE92MM02 0/0/4/f/4

A tárgy keretében a hallgató külső témavezető által meghirdetett, alkalmazás orientált sztochasztikus matematikát alkalmazó témán dolgozik, a témavezető irányításával. Minden félév végén beszámolót készít a hallgató az eredményeiről, melyet előadás formájában a társainak bemutat. A tárgy során begyakorolandó tevékenységek: irodalmazás, modellezés, számítógéppel segített feladatmegoldás, matematikai problémamegoldás.

Matematikai modellalkotás szeminárium 1, 2 BMETE95MM01, 2/0/0/f/1 BMETE95MM02, 2/0/0/f/1

A szeminárium célja rendszeres fórumot biztosítani alkalmazott matematikai eredmények, modellek és problémák bemutatására, és ezzel elősegíteni

(i) a Matematika Intézeten belül és szélesebb körben is, az alkalmazott matematikai ismeretek és kultúra elterjesztését;

(ii) fejleszteni egyfelől a Matematika Intézet oktatói és diákjai, másfelől más intézmények, intézetek (a BME több tanszékét, intézetét is ideértve), cégek, vállalatok matematika iránt fogékony munkatársaival való kapcsolattartást, együttműködést.

A szemináriumra hétről hétre meghívunk egy-egy előadót, aki a munkája során felmerülő matematikai problémáról beszél. Általában két típusú előadó van: matematikus, aki alkalmazott matematikusként dolgozik, illetve nem matematikus, de munkája során matematikai problémák merülnek fel. A korábbi évek gyakorlatához hasonlóan széles palettát kívánunk nyújtani a témákat illetően; előadókat hívunk meg a BME különböző tanszékeiről, a SZTAKI-ból, bankokból, a távközlés területéről, és egyéb piaci cégtől (bővebben lásd a szeminárium honlapján: www.math.bme.hu/~gnagy/mmsz/mmsz.htm).

A hallgatóinknak előírjuk a matematikai modellalkotás szeminárium látogatását, hogy ezzel is plasztikus képet nyerjenek szakmájuk lehetséges alkalmazásairól. A szeminárium előadásai általában érthetőek lesznek ezen hallgatóink számára, akik ekkor már túl vannak az igen sokoldalú alapképzésen. Alkalmazott matematikai témáknál természetesen különösen fontos a problémafelvetés motivációja, a modellalkotás bemutatása és annak illusztrálása, a javasolt megoldás mennyire segít a felmerült problémában. Az előadások után a hallgatóknak lehetőségük van kérdéseikkel további ismereteket szerezni a bemutatott témáról, illetve az előadó munkásságáról.

Az előadások egy másik célja, hogy az érdeklődő hallgatók esetleg valamilyen formában bekapcsolódhatnának a munkába, ezzel is elősegítve a hosszabbtávú érvényesülésüket, hogy az egyetem elvégzése után könnyebben jussanak álláslehetőséghez.

Diplomamunka

Beszámoló,   BMETE90MM90, 0/0/0/a/0

A tárgyat akkor tekintjük teljesítettnek (aláírás akkor adható), ha
– a hallgató a felvételi során megkövetelt alapképzésbeli tárgyak elvégzésével az előírt legalább 65 kreditet teljesítette.
– a hallgatónak van elfogadott diplomatémája és témavezetője.

Diplomamunka előkészítés,   BMETE90MM98, 0/2/0/f/5

Előkövetelmény: **Beszámoló**

A diplomamunka a matematikushallgatóknak a témavezető irányításával elért önálló kutatási, kutatás-fejlesztési eredményeit tartalmazó írásbeli beszámoló (dolgozat).
A Diplomamunka 1 tárgy keretében a hallgató összegyüjti mindazokat az információkat és matematikai eredményeket, amelyek a diplomamunka megírásához szükségesek.

Diplomamunka-készítés,   BMETE90MM95, 0/8/0/f/15

Előkövetelmény: **Diplomamunka előkészítés**

A tárgy keretében a hallgató megírja a diplomamunkáját.

A hallgató a dolgozatban mutassa be a vizsgált témát, fejtse ki a problémákat, és részletesen ismertesse eredményeit. A munkának a matematikus tanulmányok ismeretanyagára kell épülnie és a szerző önálló, saját munkája legyen.
A diplomamunkának arról kell tanúskodnia, hogy a hallgató az egyetemi tanulmányai során szerzett matematikai ismereteit, képességeit a gyakorlati életben vagy az elméleti kutatásokban egy több hónapra kiterjedő munka folyamán önállóan tudja alkalmazni oly módon, hogy a megoldandó problémát felismeri, a megoldáshoz vezető út nehézségeivel megbirkózik, a megfelelő színvonalú megoldást megtalálja, és azt mások számára érthetően leírja. A dolgozat legyen tömör, de a témában nem járatos matematikus olvasó számára is érthető.

A záróvizsga két részből áll:
1. A hallgató a záróvizsga első részében ismerteti diplomamunkáját, válaszol a témavezető, a bíráló, illetve a Záróvizsga Bizottság által feltett kérdésekre, kifogásokra, hozzászólásokra. A diplomamunka osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembevételével a Záróvizsga Bizottság állapítja meg.
2. A záróvizsga második részében a hallgató szóbeli vizsgát tesz az általa választott záróvizsga témakörökből, amelyek megfelelnek a matematika nagy szakterületeinek. Ezek tematikáját a Matematikus Szakbizottság hagyja jóvá.
A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, illetve Képzési Kódexében vannak rögzítve.

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR VEZETÉSE ÉS HALLGATÓI KÉPVISELETE

A Dékáni Hivatalának címe:	1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. K. épület I. em. 18.
Dékán:	DR. PIPEK JÁNOS egyetemi docens
Dékánhelyettesek:	
Gazdasági:	DR. VARGA IMRE egyetemi docens
Nemzetközi és tudományos:	DR. KÁROLYI GYÖRGY egyetemi tanár
Oktatási:	DR. PROK ISTVÁN egyetemi docens
Dékáni Hivatal:	
Hivatalvezető:	ADAMIS-SZÉL VIKTÓRIA
Titkárság:	Telefon: 463-3561, Fax: 463-3560
Gazdasági csoport:	Telefon: 463-3756
Tanulmányi csoport:	Telefon: 463-1919
Kari Hallgatói Képviselet	
Elnök:	LESTYAN BENCE
Cím:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11, Kármán Tódor Kollégium F013.
Telefon:	06-20-435-2482
E-mail:	hk@wigner.bme.hu
Web:	http://hk.wigner.bme.hu
Kari lap: *Pikkász:*	
Főszerkesztő:	BUNTH GERGELY
Szerkesztőség:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11, Kármán Tódor Kollégium F013.
E-mail:	pikkasz@lists.ktk.bme.hu
Web:	http://karilap.blogspot.com

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR INTÉZETEI ÉS TANSZÉKEI

Fizikai Intézet – igazgató: DR. ZARÁND GERGELY, egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Atomfizika Tanszék – tanszékvezető: DR. KOPPA PÁL egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 44.
Telefon: 463-4193, Fax: 463-4194

Elméleti Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. SZUNYOGH LÁSZLÓ egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. HALBRITTER ANDRÁS egyetemi docens
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., II. em. 16.
Telefon: 463-2312, Fax: 463-4180

Kognitív Tudományi Tanszék – tanszékvezető: DR. LUKÁCS ÁGNES egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. T épület, V. em. 506.
Telefon: 463-1273, Fax: 463-1072

Matematika Intézet – igazgató: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, III. em. 312.
Telefon: 463-2762, Fax: 463-2761

Algebra Tanszék – tanszékvezető: DR. NAGY GÁBOR PÉTER, egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 504.
Telefon: 463-2094, Fax: 463-1780

Analízis Tanszék – tanszékvezető: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 25.
Telefon: 463-2324, Fax: 463-3172

Differenciálegyenletek Tanszék – tanszékvezető: DR. ILLÉS TIBOR egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, IV. em. 42.
Telefon: 463-2140, Fax: 463-1291

Geometria Tanszék – tanszékvezető: DR. G. HORVÁTH ÁKOS egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 22.
Telefon: 463-2645, Fax: 463-1050

Sztochasztika Tanszék – tanszékvezető: DR. SIMON KÁROLY egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 507.
Telefon: 463-1101, Fax: 463-1677

Nukleáris Technikai Intézet – igazgató: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Atomenergetika Tanszék – tanszékvezető: DR. SZALÓKI IMRE egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Nukleáris Technika Tanszék – tanszékvezető: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954