



# **TÁJÉKOZTATÓ A BME TERMÉSZETTUDOMÁNYI KARÁRA**

## **MATEMATIKA ALAPSZAKRA**

### **FELVÉTELT NYERT HALLGATÓK SZÁMÁRA**



**2015**

## **Tartalomjegyzék**

1. Dékáni köszöntő
2. Tájékoztató a Matematika alapképzésről
3. A Matematika alapszak tanrendje
4. A Matematika alapképzési szak mintatanterve
5. A Matematika alapképzési szak tantárgyai
6. A Természettudományi Kar Dékáni Hivatala és Hallgatói Képvisellete
7. A Természettudományi Kar intézetei és tanszékei

## Kedves Elsőéves Matematikus Hallgató!

Szeretettel köszöntöm abból az alkalomból, hogy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME vagy népszerű nevén a Műegyetem) polgára lett. Külön örülök annak, hogy tanulmányaihoz a Természettudományi Kart választotta, hiszen hosszú évek óta nagy hangsúlyt fektetünk arra, hogy a tőlünk kikerülő hallgatók világszínvonalú tudással bárhol megállják a helyüket és itthon vagy akár külföldön öregbítsék országunk jó hírét. Nemzetközi hírű professzorainkkal, kutatásban és oktatásban kiterjedt tapasztalatokkal rendelkező tanártársaimmal arra törekszünk, hogy Önnel együttműködve, közös erőfeszítéssel, a tudása mélyüljön, látóköre szélesedjen és képzése során sok hasznos ismeretre tegyen szert. A karhoz tartozó oktatási egységek igen sok külföldi egyetemmel alakítottak ki élénk és nagyon eredményes oktatási és kutatási együttműködést. Ennek révén a magasabb évfolyamos hallgatók egy részének lehetőséget nyújtunk arra, hogy tanulmányaik bizonyos szakaszát külföldi egyetemeken folytathassák.

Célunk, hogy amikor majd kézhez veszi BSc diplomáját, megfelelő képzettséggel rendelkezzen ahhoz, hogy folytatni tudja tanulmányait a kívánt mesterszakon, illetve, ha el kíván helyezkedni, az se jelenthessen gondot és olyan munkát választhasson, ami nemcsak biztos megélhetést nyújt, hanem érdeklődésének is megfelel.

A matematika szak az évek során már tekintélyt szerzett magának. A felvételi ponthatár általában jóval az átlagos felett van, a hallgatók érdeklődőek és teljesítményorientáltak. Kívánjuk, hogy minél inkább járuljon hozzá ahhoz, hogy hallgatótársai között kialakuljon az egymást segítség és egymással versengés egyensúlya.

Az egyetemi évek mindenki életében meghatározóak, nemcsak a megszerzett ismeretanyag tekintetében – hiszen manapság a tanulás egy életre szóló program –, hanem az egyetemi életben való részvétel, az itt létrejövő személyes kapcsolatok és az itt kialakuló tudományos szemlélet miatt is. Arra biztatom, hogy használja ki jól a BME nyújtotta lehetőségeket! Tájékozódjék, keresse a kapcsolatokat a felsőbb éves hallgatókkal, professzoraival és tanáraival! Nem fog csalódní, ha esetleges problémáival hozzájuk fordul.

Most azonban nem a problémák, hanem az öröm perceit éljük: örülünk, hogy csatlakozott hozzánk, a felvételéhez szívből gratulálok!

DR. PIPEK JÁNOS  
dékán

# TÁJÉKOZTATÓ A MATEMATIKA ALAPKÉPZÉSRŐL

## Miért ajánljuk a Műegyetemi matematikusképzést?

A világ rangos műszaki egyetemeinek gyakorlatát követve és saját jó hagyományát felelevenítve, a Műegyetem Természet- és Társadalomtudományi Kara – az 1998-ban alakult Természettudományi Kar jogelődje – 1997-ben beindította a matematikus képzést. A képzést a Kar Matematika Intézete gondozza.

Olyan szakembereket képzünk, akik érzékenyek a gyakorlati problémák iránt és képesek alkotó módon felhasználni ismereteiket; akik, amellet, hogy a matematika elvont területein otthonosan mozognak, kommunikálni és együttműködni tudnak a műszaki (nem matematikus) végzettségű szakemberekkel is. Az Európához tartozó, fejlődő magyar gazdaságnak nagy szüksége van ilyen szakemberekre. Matematikus képzésünk szervesen illeszkedik a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen folyó *alkalmazás-orientált* tudományos képzés széles spektrumába, mely a klasszikus mérnökképzés mellett felölel olyan matematikaigényes új területeket is, mint informatika, közgazdaságtudomány, anyagtudomány, gazdasági tervezéselemzés, műszaki menedzsment, rendszerelmélet stb.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem matematikus szakát elsősorban azoknak a végzős gimnazistáknak ajánljuk, akik amellet, hogy szeretik és tudják a matematikát, indíttatást éreznek magukban a **matematika alkalmazásai** iránt is. A matematikai **modellalkotás** és **elemzés** egyre inkább szerves részét képezi a műszaki, gazdasági és természettudományos tevékenység kreatív ágainak. E tevékenység jól képzett, invenciózus, mozgékony elméjű fiatal matematikusokat igényel. Az ilyen szakemberek iránti társadalmi igény látványosan növekszik.

## A matematika alapképzés tantervi irányelvei

A szak – alkalmazkodva az új európai képzési rendhez – hat féléves alapképzéssel indul. A követelményeket sikeresen teljesítő hallgatók tanulmányaik befejeztével oklevelet kapnak, amelyben szakképzettségük megnevezése matematikus (BSc) lesz. Az első négy félévben a matematika alapismereteinek elsajátítása folyik. Ezt követően hallgatóink két specializáció közül választhatnak. Az **elméleti specializációt** azon hallgatóinknak ajánljuk, akik szeretnék a matematika egyes ágait mélyebben megérteni, és azt tervezik, hogy tanulmányaikat folytatják majd egy erre épülő mesterszakon. Az **alkalmazott specializációt** pedig azoknak javasoljuk, akik az elméleti kutatómunka helyett inkább a gyakorlati hasznosításhoz éreznek nagyobb kedvet. Számukra négy tanulmányi sávot (modult) dolgoztunk ki. Ezek az **Adattudomány**, a **Mérnök matematika**, az **Operációkutatás** és a **Sztochasztika sávok**. Természetesen az alkalmazott specializáció sávjait választó hallgatóknak is van lehetősége, ha kívánják, tanulmányaikat valamely mesterszakon folytatni, sőt az utolsó két sáv kifejezett célja az Alkalmazott matematikus mesterszak megfelelő specializációinak előkészítése is.

A hallgatók számára lehetőség nyílik nem szakterületi, ún. közismereti tárgyak hallgatására is. Ezek a szabadon választható tárgyak csoportjában (legalább 9 kredit erejéig) vehetők fel.

A szakra vonatkozó szabályozásokat (pl. a záróvizsga letételének feltételeit, a diplomamunka elkészítését) a szak **tanrendje** tartalmazza. Az ütemes előrehaladás garanciája, ha a hallgatók a **mintatanterv** szerint veszik fel a tantárgyakat. Az egyes tantárgyak felvételéhez szükséges kötelező előismereteket az **előtanulmányi rend** tartalmazza. *Felhívjuk a figyelmet, hogy a következő információk tájékoztató jellegűek.* Kiseb kiigazító módosítások, kiegészítések a Hallgatói Képviselő, a Matematikus Szakbizottság és a Kari Tanács egyetértésével a tanulmányok során előfordulhatnak. A dokumentumok érvényes változata a kar honlapján, a <http://www.ttk.bme.hu> címen olvasható.

# A MATEMATIKA ALAPKÉPZÉSI SZAK TANRENDEJE

1. A Matematika alapképzési szak képesítési és kimeneti követelményeit kormányrendelet tartalmazza.
2. A szak **Mintatantervét** és az **Előtanulmányi rendet** a jelen dokumentumhoz csatolt táblázatok tartalmazzák. A képzés során a következő korlátozó feltételt is figyelembe kell venni:
  - (a) Azonos nevű előadás és gyakorlat esetén, az előadás tárgyból az aláírás szükséges feltétele a gyakorlati tárgy teljesítése (legalább elégséges félévközi jegy megszerzése).
3. **A kritériumkövetelmények teljesítésének határideje:**

A kritérium jellegű követelményeket a nyelvvizsga kivételével, a *Szakdolgozat-készítés* című tárgy felvétele előtt teljesíteni kell.
4. **A specializációválasztás feltételei és szabályai:**
  - (a) A Matematika alapszakos hallgatóknak a 3. félév végéig választaniuk kell az **Elméleti** és az **Alkalmazott specializáció** közül. Az Alkalmazott specializációt választó hallgatóknak a következő sávok (modulok) közül kell választaniuk:
    - Adattudományi sáv
    - Mérnök matematika sáv
    - Operációkutatás sáv
    - Sztochasztika sáv
  - (b) Az egyes specializációk illetve sávok számára előírt kurzusokat és kreditszámokat a Mintatanterv tartalmazza.
  - (c) A specializáció illetve sáv választhatóságának előfeltételét az Előtanulmányi rend rögzíti.
  - (d) A specializációválasztást a hallgató a NEPTUN rendszerben rögzíti.
  - (e) A képzés úgy lett összeállítva, hogy a hallgatónak lehetősége nyílik egyszerre több sáv, vagy az Elméleti specializáció és valamely sáv egyidejű elvégzésére. Az elvégzett specializáció illetve sávok bejegyzésre kerülnek a Diploma oklevélmellékletébe az elvégzett tárgyakkal együtt.
  - (f) A specializációválasztással kapcsolatos egyéni kérésekkel vagy kérdésekkel (pl. specializáció vagy sáv módosítása) a hallgatónak a TTK Tanulmányi Bizottsághoz kell írásban fordulnia. Ezen kérdések egyéni elbírálás alá esnek.
5. **A szakdolgozat elkészítésének szabályai:**
  - (a) A Matematikus alapképzésben a szakdolgozat elkészítésére a 6. félévben heti 10 kontakt óra áll a hallgatók rendelkezésére, de ezt előkészítheti az *Önálló kutatási feladat* kötelezően választható tárgy keretében végzett munka, illetve a *Matematikai modellalkotás szeminárium* abszolválása.
  - (b) A *Szakdolgozat-készítés* című tárgyat az a hallgató veheti fel, aki a Mintatanterv szerinti kreditekből legalább 144-et teljesített.
  - (c) A szakdolgozati témákat az érintett tanszékek legkésőbb a tárgyfelvétel félévét megelőző félév 10. oktatási hetének végéig meghirdetik.
  - (d) Szakdolgozati témát legalább Ph.D. minősítéssel rendelkező oktató, kutató illetve vezető oktató, kutató hirdethet meg. Egy személy legfeljebb 2 hallgató témavezetője lehet ugyanabban a félévben.

- (e) A szakdolgozat témáját minden esetben a Matematika Intézet érintett tanszékének ("anyatanszék") vezetője vagy a Számítástudományi és Információelméleti Tanszék vezetője hagyja jóvá. Ez érvényes abban az esetben is, ha a témát külső oktató vagy kutató hirdette meg. Ekkor a Matematikus Szakbizottság az érdekeltekkel konzultálva felkér egy anyatanszéket a szakdolgozati téma jóváhagyására, egy belső konzulens kinevezésére illetve a szakdolgozat elkészítésének felügyeletére. Az anyatanszék felel a diplomával, záróvizsgával kapcsolatos oktatásszervezési tennivalók lebonyolításáért.
- (f) A meghirdetett szakdolgozati témákat a Matematika Intézet, illetve a Tanszékek honlapján teszik közzé. A hallgatók jelentkezéseiket a Matematika Intézet titkárságán adják le két példányban az 1. számú melléklet szerinti formanyomtatványon.
- (g) A szakdolgozatot két példányban, rövid tartalmi kivonatát öt példányban a pótlási hét péntekén déli 12 óráig a Matematika Intézet adminisztrációján kell leadni. A szakdolgozatot és a kivonatot egyúttal elektronikusan is be kell küldeni a [zv@math.bme.hu](mailto:zv@math.bme.hu) e-mail címre. Ez a *Szakdolgozat-készítés* című tárgyért kapható félévközi jegy megszerzésének szükséges feltétele. A tárgy érdemjegyét a dolgozat elkészítése során végzett hallgatói munkát értékelve a témavezető állapítja meg.
- (h) Magáról a szakdolgozatról a témavezető bírálatot is ír. Az illetékes tanszék vezetője felkérhet további bírálót is.
- (i) A bírálatot írásban, egy héttel a kitűzött záróvizsga időpontja előtt kell eljuttatni a Matematika Intézet titkárságára. Ezeket a hallgató a záróvizsga előtt legalább 5 nappal kézhez kapja. A bírálatot és a rövid tartalmi kivonatot eljuttatják a záróvizsga-bizottság tagjainak. A bíráló és a témavezető is írásban, a bírálattól elkülönítve javaslatot tesz a szakdolgozat osztályzatára is.

#### **6. A záróvizsgára bocsájtás feltételei:**

- (a) Záróvizsgára az a hallgató bocsájtható, aki az alapozó képzés és a specializáció kötelező tárgyait, továbbá a kritériumkövetelményeket teljesítette, valamint az előírt számú kötelezően illetve szabadon választható tárgyakkal és a szakdolgozat-készítéssel együtt a 180 kreditet összegyűjtötte.
- (b) Végbizonyítvány (abszolutórium) megléte (a BME TVSZ szerint).
- (c) A záróvizsgára bocsáthatóság általános feltételeit, a határidőket és egyéb körülményeket az Egyetemi TVSZ tartalmazza.

#### **7. A záróvizsga lebonyolítása, tantárgyai, illetve a kiválasztás szabályai:**

- (a) A záróvizsga egy írásbeli és egy szóbeli részből áll, melyek nem feltétlenül ugyanazon a napon kerülnek lebonyolításra.
- (b) Az első rész egy szigorlat jellegű írásbeli vizsga, mely a választott specializáció, illetve Alkalmazott specializáció esetén a választott sáv kötelező tárgyaihoz kapcsolódó alapvető feladatokat tartalmaz. Az írásbeli vizsga érdemjegye (**ZV**) az alapján számolható, hogy a hallgató a megszerezhető pontok hány százalékát érte el, az alábbiak szerint:
  - 40% alatt      elégtelen (1),
  - 40%-tól      elégséges (2),
  - 55%-tól      közepes (3),
  - 70%-tól      jó (4),
  - 85%-tól      jeles (5).

- (c) A szóbeli vizsgára csak az a hallgató bocsájtható, aki az írásbeli vizsgán a megszerezhető pontok legalább 40%-át eléri.
  - (d) A második rész a Záróvizsga Bizottság előtt tett szóbeli vizsga, amely a szakdolgozat rövid ismertetéséből és megvédéséből áll. A szakdolgozat osztályzatát (**D**) a hallgató előadása és a témavezető (valamint a bíráló) javaslata alapján a Bizottság állapítja meg.
  - (e) A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, valamint a Képzési Kódexében vannak rögzítve.
  - (f) Az Egyetemi TVSZ szerint az oklevél eredményét a  $(0,2 \cdot \mathbf{ZV} + 0,3 \cdot \mathbf{D} + 0,5 \cdot \mathbf{TA})$  képlet szerint kell kiszámítani, ahol
    - i. **ZV**: a záróvizsga írásbeli részére kapott érdemjegy,
    - ii. **D**: a szakdolgozatra a Záróvizsga Bizottság által adott érdemjegy,
    - iii. **TA**: a teljes tanulmányi időszakban megszerzett összes kreditre vonatkozó súlyozott tanulmányi átlag, két tizedes jegyre kerekítve.
  - (g) A dékán által kijelölt záróvizsga-időszakon belül a záróvizsgák időpontjának kitűzése, a vizsgák megszervezése a BME TVSZ és a Tanulmányi Ügyrend rendelkezéseinek figyelembevételével a Matematika Intézet feladata.
  - (h) A záróvizsga-bizottságot lehetőleg úgy kell összeállítani, hogy a témavezető és a belső konzulens ne legyen a bizottság tagja.
  - (i) Különleges esetekben a szakdolgozat elkészítésének felügyeletét ellátó tanszék ("anyatanszék") vezetőjének javaslatára a Kari Tanulmányi Bizottság engedélyezheti, hogy a témavezető vagy a belső konzulens a záróvizsga-bizottság tagja legyen.
  - (j) A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi- és Vizsgaszabályzatában, valamint a Képzési Kódexében vannak rögzítve.
8. A tanrenddel kapcsolatos egyéb, itt nem szabályozott kérdésben döntési jogköre a BME TTK Kari Tanácsának, javaslattételi jogköre a Matematikus Szakbizottságának van. A döntésekről a hallgatókat a kar Dékáni Hivatalán keresztül és/vagy elektronikusan kell értesíteni.

# A MATEMATIKA ALAPKÉPZÉSI SZAK MINTATANTERVE

| Képzések és tantárgyak megnevezése                                          | Tárgy-típus | Szemeszterek |             |             |             |             |             | óra/kredit |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
|                                                                             |             | 1            | 2           | 3           | 4           | 5           | 6           |            |
| ALAPOZÓ ISMERETEK                                                           |             |              |             |             |             |             |             |            |
| A matematika alapjai                                                        | K           | 2/0/0/v/3    |             |             |             |             |             | 2/3        |
| Informatika 1                                                               | K           | 1/0/2/f/4    |             |             |             |             |             | 3/4        |
| Fizika 1                                                                    | K           |              |             | 2/0/0/f/2   |             |             |             | 2/2        |
| Mikro- és makroökonómia                                                     | K           |              |             |             |             | 3/0/0/f/4   |             | 3/4        |
| Pénzügy                                                                     | K           |              |             |             |             |             | 2/0/0/f/3   | 2/3        |
| Számvitel                                                                   | K           |              |             | 2/0/0/f/3   |             |             |             | 2/3        |
| Összesen                                                                    |             | 5/7          |             | 4/5         |             | 3/4         | 2/3         | 14/19      |
| SZAKMAI TÖRZSANYAG                                                          |             |              |             |             |             |             |             |            |
| Kalkulus 1                                                                  | K           | 6/3/0/v/9    |             |             |             |             |             | 9/9        |
| Bevezetés az algebra 1                                                      | K           | 6/3/0/v/9    |             |             |             |             |             | 9/9        |
| Bevezetés a geometriába                                                     | K           | 2/0/0/v/3    |             |             |             |             |             | 2/3        |
| Összesen                                                                    |             | 20/21        |             |             |             |             |             | 20/21      |
| DIFFERENCIÁLT SZAKMAI ISMERETEK                                             |             |              |             |             |             |             |             |            |
| Kalkulus 2                                                                  | K           |              | 6/2/0/v/8   |             |             |             |             | 8/8        |
| Bevezetés az algebra 2                                                      | K           |              | 6/2/0/v/8   |             |             |             |             | 8/8        |
| Kombinatorika gráfelmélet 1                                                 | K           |              | 2/2/0/v/6   |             |             |             |             | 4/6        |
| Analízis 1                                                                  | K           |              |             | 4/1/0/v/7   |             |             |             | 5/7        |
| Algebra 1                                                                   | K           |              |             | 4/1/0/v/7   |             |             |             | 5/7        |
| Geometria                                                                   | K           |              | 4/0/0/v/6   |             |             |             |             | 4/6        |
| Valószínűségszámítás 1                                                      | K           |              |             | 4/0/0/v/6   |             |             |             | 4/6        |
| Valószínűségszámítás programozási feladatok                                 | K           |              |             | 0/0/0/f/1   |             |             |             | 0/1        |
| Informatika 2                                                               | K           |              | 1/0/2/f/4   |             |             |             |             | 3/4        |
| Differenciálegyenletek 1                                                    | K           |              |             | 2/2/0/v/6   |             |             |             | 4/6        |
| Informatika 3                                                               | K           |              |             |             | 2/0/2/f/4   |             |             | 4/4        |
| Statisztika 1                                                               | K           |              |             |             | 2/0/2/v/5   |             |             | 4/5        |
| Matematikai modellalkotás szeminárium                                       | K           |              |             |             |             | 0/2/0/f/2   |             | 2/2        |
| Szakdolgozat-készítés                                                       | K           |              |             |             |             |             | 0/0/10/f/10 | 10/10      |
| Összesen                                                                    |             |              | 27/32       | 18/27       | 8/9         | 2/2         | 10/10       | 65/80      |
| SPECIALIZÁCIÓS TÁRGYAK, SZAKDOLGOZAT-KÉSZÍTÉS, SZABADON VÁLASZTHATÓ TÁRGYAK |             |              |             |             |             |             |             |            |
| Specializációs tárgyak                                                      | K-KV        |              |             |             | 15/19       | 20/20       | 12/12       | 47/51      |
| Szabadon választható tárgy                                                  | SZV         |              |             |             |             | 2/2         | 6/7         | 8/9        |
| Idegen nyelv                                                                | SZV         | (0/4/0/f/0)  | (0/4/0/f/0) | (0/4/0/f/0) | (0/4/0/f/0) | (0/4/0/f/0) |             | (20/0)     |
| Összesen                                                                    |             |              |             |             | 15/19       | 22/22       | 18/19       | 55/60      |
| KRITÉRIUM KÖVETELMÉNYEK                                                     |             |              |             |             |             |             |             |            |
| Testnevelés                                                                 | KR          |              |             |             | 0/2/0/a/0   | 0/2/0/a/0   |             | 4/0        |
| Szakmai gyakorlat                                                           | KR          |              |             |             |             | 6 hét/a/0   |             | 0          |
| ÖSSZESEN                                                                    |             |              |             |             |             |             |             |            |
| Heti óraszám                                                                |             | 25           | 27          | 22          | 23          | 27          | 30          | 154        |
| Összes kredit                                                               |             | 28           | 32          | 32          | 28          | 28          | 32          | 180        |
| Vizsgaszám (K / KV)                                                         |             | 4            | 4           | 4           | 4           | 4           | 3           | 23         |

## Jelmagyarázat:

### 1. Tárgytípus:

**K:** Kötelező tantárgy,

**KV:** kötelezően választható tantárgy,

**SZV:** szabadon választható tantárgy,

**KR:** kritérium feltétel.

### 2. Tárgyparaméterek: (ea/gy/lb/kv/kr)

**ea, gy, lb:** rendre az előadás, gyakorlat és labor heti órászáma; **kv:** a félév végi követelmény (**a:** aláírás, **v:** vizsga, **f:** félévközi jegy); **kr:** a tárgy kredit értéke. Pl. **(2/0/1/v/4):** heti 4 óra előadás + 0 óra gyakorlat + 1 óra labor, vizsgával zárul, 4 kredit értékű.



## Elméleti specializáció

| Tárgynév                                              | Tárgy-típus | 1 | 2 | 3 | 4            | 5            | 6            | óra/krr.     |
|-------------------------------------------------------|-------------|---|---|---|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A specializáció kötelező tárgyai</b>               |             |   |   |   |              |              |              |              |
| Analízis 2                                            | K           |   |   |   | 2/2/0/v/5    |              |              | 2/2          |
| Differenciálgeometria 1                               | K           |   |   |   | 2/1/0/f/4    |              |              | 2/2          |
| Operációkutatás                                       | K           |   |   |   | 2/2/0/v/5    |              |              | 4/4          |
| Algoritmuselmélet                                     | K           |   |   |   | 2/2/0/v/4    |              |              | 2/2          |
| Algoritmuselmélet programozási feladatok              | K           |   |   |   | 0/0/0/f/1    |              |              | 0/2          |
| Mértékelmélet                                         | K           |   |   |   |              | 4/0/0/v/4    |              | 2/3          |
| Algebra 2                                             | K           |   |   |   |              | 4/0/0/v/4    |              | 4/6          |
| Topológia és differenciálható sokaságok               | K           |   |   |   |              | 2/0/0/v/2    |              | 2/2          |
| <b>Összesen</b>                                       |             |   |   |   | <b>15/19</b> | <b>10/10</b> |              | <b>25/29</b> |
| <b>A specializáció kötelezően választható tárgyai</b> |             |   |   |   |              |              |              |              |
| Kombinatorika és gráfelmélet 2                        | KV          |   |   |   |              | 2/2/0/v/4    |              | 4/4          |
| Numerikus analízis                                    | KV          |   |   |   |              | 2/2/2/f/6    |              | 6/6          |
| Funkcionálanalízis 1, 2                               | KV          |   |   |   |              | 4/0/0/v/4    | 2/0/0/f/2    | 6/6          |
| Parciális differenciálegyenletek                      | KV          |   |   |   |              |              | 2/2/0/v/4    | 4/4          |
| Konvex geometria                                      | KV          |   |   |   |              |              | 2/2/0/v/4    | 4/4          |
| Differenciálgeometria 2                               | KV          |   |   |   |              |              | 3/1/0/v/4    | 4/4          |
| Csoportok és gyűrűk                                   | KV          |   |   |   |              |              | 4/0/0/v/4    | 4/4          |
| Halmazelmélet                                         | KV          |   |   |   |              | 2/0/0/v/2    |              | 2/2          |
| Matematikai logika                                    | KV          |   |   |   |              | 2/0/0/v/2    |              | 2/2          |
| Komplex függvénytan módszerek                         | KV          |   |   |   |              |              | 2/0/0/f/2    | 2/2          |
| Gráfok és algoritmusok                                | KV          |   |   |   |              |              | 2/2/0/v/4    | 4/4          |
| Dinamikai modellek a biológiában                      | KV          |   |   |   |              |              | 2/0/0/v/2    | 2/2          |
| Fizika 2                                              | KV          |   |   |   |              | 2/0/0/f/2    |              | 2/2          |
| Őnálló kutatási feladat 1, 2                          | KV          |   |   |   |              | 0/0/0/f/2    | 0/0/0/f/2    | 0/4          |
| <b>Összesen</b>                                       |             |   |   |   |              | <b>10/10</b> | <b>12/12</b> | <b>22/22</b> |
| <b>A specializáción összesen</b>                      |             |   |   |   | <b>15/19</b> | <b>20/20</b> | <b>12/12</b> | <b>47/51</b> |

A felsorolt kötelezően választható tárgyakból legalább 14 kreditet kell teljesíteni.  
További 8 kredit teljesítéséhez a másik specializáció sávjainak tárgyai is választhatók.

## Alkalmazott specializáció – Adattudományi sáv

[illegible]

## Alkalmazott specializáció – Mérnök matematika sáv

[illegible]

## Alkalmazott specializáció – Operációkutatás sáv

| Tárgynév                                                                                                                                          | Tárgy-típus | 1 | 2 | 3 | 4            | 5            | 6            | óra/k.       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|---|---|---|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A specializáció kötelező tárgyai</b>                                                                                                           |             |   |   |   |              |              |              |              |
| Analízis 2                                                                                                                                        | K           |   |   |   | 2/2/0/v/5    |              |              | 2/2          |
| Differenciálgeometria 1                                                                                                                           | K           |   |   |   | 2/1/0/f/4    |              |              | 2/2          |
| Operációkutatás                                                                                                                                   | K           |   |   |   | 2/2/0/v/5    |              |              | 4/4          |
| Algoritmuselmélet                                                                                                                                 | K           |   |   |   | 2/2/0/v/4    |              |              | 2/2          |
| Algoritmuselmélet programozási feladatok                                                                                                          | K           |   |   |   | 0/0/0/f/1    |              |              | 0/2          |
| Optimalizálási modellek                                                                                                                           | K           |   |   |   |              | 2/2/0/f/4    |              | 4/4          |
| Numerikus analízis                                                                                                                                | K           |   |   |   |              | 2/2/2/f/6    |              | 6/6          |
| Funkcionálanalízis 1                                                                                                                              | K           |   |   |   |              | 4/0/0/v/4    |              | 4/4          |
| Konvex geometria                                                                                                                                  | K           |   |   |   |              |              | 2/2/0/v/4    | 4/4          |
| Bevezetés a matematikai közgazdaságbanba                                                                                                          | K           |   |   |   |              |              | 2/2/0/v/4    | 4/4          |
| <b>Összesen</b>                                                                                                                                   |             |   |   |   | <b>15/19</b> | <b>14/14</b> | <b>8/8</b>   | <b>37/41</b> |
| <b>A specializáció kötelezően választható tárgyai</b>                                                                                             |             |   |   |   |              |              |              |              |
| Adatbáziskezelés                                                                                                                                  | KV          |   |   |   |              | 2/2/0/v/4    |              | 4/4          |
| Informatika 4                                                                                                                                     | KV          |   |   |   |              | 0/0/2/f/2    |              | 2/2          |
| <b>Összesen</b>                                                                                                                                   |             |   |   |   |              | <b>6/6</b>   | <b>4/4</b>   | <b>10/10</b> |
| <b>A specializáción összesen</b>                                                                                                                  |             |   |   |   | <b>15/19</b> | <b>22/22</b> | <b>10/10</b> | <b>47/51</b> |
| Az itt felsorolt kötelezően választható tárgyakból és/vagy a másik specializáció ill. másik sáv tárgyaiból legalább 10 kreditet kell teljesíteni. |             |   |   |   |              |              |              |              |

## Alkalmazott specializáció – Sztochasztika sáv

[illegible]

# A MATEMATIKA ALAPKÉPZÉSI SZAK TANTÁRGYAI

Az alábbi felsorolásban feltüntetjük a szak tárgyainak az egyetem tanulmányi rendszerében, a Neptunban szereplő kódját, és a mintatanterv szerinti paramétereit: heti óraszámait, félévvégi követelményét, kreditértékét, típusát. Megadjuk továbbá a tárgy felvételéhez szükséges előtanulmányi követelményeket, valamint a részletes tematikát és a tanulást segítő tankönyveket is. Az előkövetelményként megadott tárgyakat általában egy korábbi félévben kell teljesíteni, de a szögletes zárójelben szereplők azonos félévben is teljesíthetők. Az 5. és 6. szemeszter egyes tárgyainak típusa csak bizonyos specializációkon ill. sávokon *kötelező* (ezeket zárójelben tüntetjük föl a tárgytípus leírásában), egyébként *kötelezően választhatók*.

## 1. SZEMESZTER

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | Labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE91AM35 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 3      | kötelező   |

### A matematika alapjai

#### Tematika:

A matematika mint egymásra épülő állítások rendszere. A matematika jelölés rendszere, formális nyelvek, formalizálás. Infix és prenex írásmód.

Kijelentéslogika. Kijelentések. Logikai műveletek. Logikai ekvivalencia és azonosságok. Levezethetőség és igazság. A matematikában szokásos kijelentéslogikai bizonyítási módszerek logikai alapja. A teljesség fogalma és jelentősége.

Elsőrendű logika. Kifejezések, formulák. Kvantorok. Elsőrendű formális nyelv fogalma. Struktúra (modell, algebra), igazság. Nem-standard modell fogalma. – Logikai következmény, axióma és tétel fogalma. – Levezethetőség. A matematikában szokásos elsőrendű logikai bizonyítási módszerek logikai alapja. Példák elsőrendű elméletekre. Bizonyítási rendszerek teljessége. Modell módszer.

Lehetetlenségi bizonyítások. Konstruktív bizonyítások. Egzisztencia bizonyítások.

Teljes indukció, végtelen leszállás, rekurzió mint bizonyítási módszer, példák a matematika különböző területeiről. Skatulya-elv.

A valós számok mint felső határ tulajdonságú rendezett test. A valós számfogalom felépítése. Irracionális számok. Nem-standard számok.

A rendezett pár, reláció, függvény fogalma. Halmazok direkt szorzata. Ekvivalencia-reláció, rendezések.

Halmazok ekvivalenciája, számosság fogalom. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok és létezésük. Cantor-féle diagonális módszer, kontinuum-hipotézis. Russell-paradoxon. A valós számsorozatok, függvények számosságának összehasonlítása a kontinuummal.

Jólrendezett halmazok. Példák.

A kiválasztási axióma és jelentősége (Zorn-lemma, jólrendezési tétel, stb.). Banach–Tarski-paradoxon.

#### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Ferenczi Miklós: Matematikai logika, Műszaki Kiadó, 2014

Hajnal András, Hamburger Péter, Halmazelmélet, Tankönyvkiadó, 1983

Laczkovich Miklós, Sejtés és bizonyítás, Typotex, 2010

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE94AM17 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 3      | kötelező   |

## Bevezetés a geometriába

### Tematika:

Középiskolai geometriai ismeretek ismételése: térelemek kölcsönös helyzete, szöge, távolsága, stb. Geometriai transzformációk szintetikus tárgyalása. Vektorgeometria, lineáris összefüggőség és függetlenség, skaláris, vektoriális és vegyes szorzat, koordinátázás, Lagrange-Jacobi azonosságok. A sík és az egyenes analitikus leírása. Az egybevágóságok analitikus kezelése. Homogén koordináták, a geometriai transzformációk egységes jellemzése. Affinitások, hasonlóságok analitikus alakja. A gömbi geometria alapjai. A poliéder definíciója, Euler tétele. Speciális poliéderek: konvex, szabályos testek és ezek realizálása, félig-szabályos poliéderek. Cauchy merevségi tétele, és egyéb poliéderekhez kapcsolódó érdekességek.

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Reiman István: A geometria és határterületei (Gondolat Kiadó)

I. P. Jegorov: Geometria (42281)

Hajós György: Bevezetés a geometriába

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE91AM36 | 6       | 3         | 0     | vizsga      | 9      | kötelező   |

## Bevezetés az algebra 1

### Tematika:

Az egész számok matematikája: oszthatóság, maradékos osztás, legnagyobb közös osztó, euklideszi algoritmus, felbonthatatlan számok és prímszámok, a számelmélet alaptétele. Lineáris diofantikus egyenletek, moduláris aritmetika, teljes és redukált maradékrendszerek, lineáris kongruenciák megoldása. A komplex számok fogalma, algebrai és trigonometriai alakok, a binomiális tétel, komplex számok kapcsolata a síkgeometriával, egységgyökök és primitív egységgyökök. Egyváltozós polinomok fogalma, műveletek polinomokkal, Horner-elrendezés, racionális gyökteszt, az algebra alaptétele, polinomok irreducibilitása, a Schönemann–Eisenstein-kritérium. Többváltozós polinomok, teljes és elemi szimmetrikus polinomok, gyökök és együtthatók közti összefüggések, harmadfokú polinomok gyökeinek meghatározása.

Lineáris egyenletrendszerek két- és három változóban, sorműveletek, Gauß- és Gauß–Jordan-elimináció.  $\mathbf{R}^n$  és alterei, lineáris kombináció, függetlenség, generált altér, bázis, dimenzió, koordinátázás, mátrix sor-, oszlop- és nulltere, megoldások tere, megoldás a sortérben.

Mátrixműveletek, inverz, koordinátacsere mátrixa. Műveletek speciális mátrixokkal, PLU-felbontás, egyenletrendszer megoldása PLU-felbontás segítségével. Determináns mint paralelepipedon térfogata, alapvető tulajdonságok, mátrix determinánsa, permutáció fogalma, transzpozíciók, ciklusok, determináns kifejtése. Laplace-féle kifejtési tétel, determinánsok szorzástétele, mátrix inverze a Cramer-szabállyal. Mátrix rangjának alapvető tulajdonságai. Lineáris leképezések és mátrixuk: altérre való merőleges vetítés mátrixa. Mátrixok hasonlósága. Egyenletrendszer optimális megoldásai, normálegyenlet, egyetlen megoldás a sortérben és annak minimalitása. Moore–Penrose-féle általánosított inverz.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Freud R., Gyarmati E.: Számelmélet. Nemzeti Tankönyvkiadó 2000.

Wetl F.: Lineáris algebra online jegyzet

Nagy A.: Lineáris algebra

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE91AM42 | 1       | 0         | 2     | félévközi jegy | 4      | kötelező   |

## Informatika 1

**Tematika:**

A tárgy célja a matematikusok számára alapvető informatikai ismeretek tárgyalása.

Hardver alapismeretek (CPU, memória, háttértár, ...), a MI hardver-környezete. Operációs rendszer alapismeretek: program, folyamat, fájl, könyvtár, Windows és Linux fájlrendszere (labor: Linux bash, mc, Windows Total Commander). A grafikus felhasználói felület. Karakteres felhasználói felület: a bash nyelv. Internet: hálózatok, IP cím, wifi, az internetes biztonság. Adatok a számítógépen: számábrázolás, karakterkódolás. Komputer algebra programok: szimbolikus kalkulátor (sage, Mathematica, ...), változó, iteratív programozás helyett rekurzív függvények (ciklus helyett rekurzió, középiskolában tanult függvény fogalom elmélyítése, pl. faktoriális, fibonacci, euklideszi algoritmus, hatványozás, gyors hatványozás stb.). Programozási paradigmák a komputer algebra nyelvekben. HTML, a jelölőnyelv fogalma, honlap készítése. CSS, a tartalom és a megjelenés szétválasztása. Matematikai tartalmú szöveg szerkesztése: TeX, LaTeX alapismeretek, matematika a web-en. Prezentáció, matematikai prezentáció (beamer). Grafikai alapfogalmak, fájlformátumok, grafika matematikai szövegben (TikZ).

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE92AM36 | 6       | 3         | 0     | vizsga      | 9      | kötelező   |

## Kalkulus 1

**Tematika:**

Valós számok. Korlátos számhalmazok. Nevezetes egyenlőtlenségek. Valós numerikus sorozatok és határértékük. Konvergens és divergens sorozatok tulajdonságai. Monoton és korlátos sorozatok tulajdonságai. Részsorozatok. Torlódási pontok jellemzése sorozatokkal. Bolzano-Weierstrass-tétel.  $\liminf$ ,  $\limsup$ . Cauchy-kritérium. Nevezetes határértékek. Numerikus sorok konvergenciája és elemi tulajdonságai. Cauchy-kritérium. Abszolút konvergencia. Konvergencia-kritériumok. Leibniz-sorok. Feltétlen és feltételes konvergencia. Hibabecslés sorösszegekre. Cauchy-szorzat. Mertens-tétel. Abel-féle kritérium. Valós változós, valós értékű függvények globális tulajdonságai. Függvény határértéke és a határérték elemi tulajdonságai. Átviteli elv. Bal- és jobboldali határérték. Függvények folytonossága. Folytonos függvények tulajdonságai. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvények. Bolzano-tétel. Weierstrass-tétel. Egyenletes folytonosság. Heine-tétel. Elemi függvények. Polinomfüggvények és racionális törtfüggvények. Exponenciális és hatványfüggvények. Logaritmusfüggvények. Trigonometrikus függvények és inverzeik. Hiperbolikus függvények és inverzeik. A differenciálhatóság fogalma. Differenciálási szabályok és az elemi függvények deriváltjai. Magasabb rendű

deriváltak. Lokális tulajdonságok és a derivált kapcsolata. Függvénydiszkusszió. Középértéktételek. Differenciálható függvények vizsgálata. Taylor-polinom. Alkalmazások. A határozatlan integrál fogalma és elemi határozatlan integrálok. A határozatlan integrál tulajdonságai és integrálási módszerek. Parciális és helyettesítéses integrál. Parciális törtekre bontás. Racionális törtfüggvények integrálása. A Riemann-integrál definíciója és tulajdonságai. A Riemann-integrálhatóság kritériumai, oszcillációs összeg, Lebesgue-tétel. Newton–Leibniz-tétel. Nem Riemann-integrálható függvények. A határozott integrál és alkalmazásai. Az impromprius integrál.

### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Peter D. Lax, Maria Shea Terrell: Calculus with applications

Laczkovich Miklós, T. Sós Vera: Analízis I.-II.

Terence Tao: Analysis I.

## **2. SZEMESZTER**

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE91AM37 | 6       | 2         | 0     | Vizsga      | 8      | kötelező   |

### **Bevezetés az algebra 2**

#### **Előkövetelmény: Bevezetés az algebra 1**

#### **Tematika:**

Transzformációk és mátrixok sajátértéke, sajátvektora, sajátaltère. Karakterisztikus egyenlet, sajátérték-feladat megoldása, sajátérték-feladatra vezető mérnöki és fizikai problémák, stabilitás. Algebrai és geometriai multiplicitás, speciális mátrixok sajátértékei, Cayley–Hamilton-tétel. Skaláris szorzat és tulajdonságai  $\mathbb{R}^n$ -ben, Gram–Schmidt-féle ortogonalizáció, szimmetrikus és ortogonális transzformációk. QR-felbontás létezése és kiszámítása, Householder-tükrözés, Givens-forgatás. QR-felbontás alkalmazása lineáris egyenletrendszerek megoldására. Skaláris szorzás  $\mathbb{C}^n$ -ben. Unitér, normális és önadjungált transzformációk. Mátrixok diagonalizálhatósága és ekvivalens megfogalmazásai (valós és komplex eset), speciális mátrixok diagonalizálhatósága, összefüggés a sajátértékekkel, unitér és ortogonális diagonalizálhatóság, Schur-felbontás, spektrálfelbontás. Bilineáris formák, standard alak, szignatúra, főtengetyítétel. Kvadratikus alakok definitisége. Lokális extrémumok osztályozása két- és háromváltozós függvényeknél, geometriai alkalmazások és szemléltetés. Multilineáris függvények és leképezések, derivált leképezés, a determináns mint multilineáris függvény. Szinguláris értékek szerinti felbontás, polárfelbontás, az SVD alkalmazásai, általánosított inverz az SVD-ből. Mátrixok normálformái, létezés, egyértelműség és kiszámítás, általánosított sajátvektorok, Jordan-lánc és Jordan-bázis. Valós és komplex vektorok normái, mátrixnormák, alaptulajdonságok és kiszámítás, mátrixok függvényei (konvergencia csak említés és illusztráció szintjén), mátrixok exponenciális függvényei. Testek és gyűrűk. Vektorterek tetszőleges test felett. Bázis létezése, dimenzió, végtelen dimenziós példák (függvényterek, stb.), vektorterek izomorfiája. Euklideszi terek mozgáscsoportja, mátrixcsoportok, ortogonális csoport, alternáló kvadratikus formák, szimplektikus csoportok, ortogonális mátrixok felbontása egyszerű transzformációkra.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE94AM18 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 6      | kötelező   |

## Geometria

**Előkövetelmény: Bevezetés a geometriába**

**Tematika:**

Axiomatikus tárgyalás, bevezetés az abszolút geometriákba, alapvető hiperbolikus, gömbi és projektív geometria. n-dimenziós euklideszi geometria, konvex poliéderek, szabályos testek osztályozása. Másodrendű felületek és görbék n-dimenziós tárgyalása.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

G. Horváth Ákos: Csodálatos Geometria, Typotex 2013

G. Horváth Ákos, Szirmai Jenő: Nem-euklideszi geometriák modelljei, Typotex 2004.

M. Berger, Geometry I-II, Springer 1994.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE91AM43 | 1       | 0         | 2     | félévközi jegy | 4      | kötelező   |

## Informatika 2

**Előkövetelmény: Informatika 1**

**Tematika:**

A tárgy célja a programozás elemeinek elsajátítása a Python nyelv megismerésén keresztül. Bevezetés a programozásba és a Python nyelvbe, adattípusok, kifejezések, kiírás, beolvasás. Vezérlési szerkezetek: if, while. Folyamatábra, struktogram, Jackson-ábrák. Összetett vezérlési szerkezetek. Alapvető algoritmusok (összegzés, kiválasztás, szélsőértékkeresés, eldöntés... sok gyakorló példa). Listák. For ciklus. Újabb algoritmusok (rendezések, szétválogatás két listába, ...). Kivételkezelés.

Absztrakciók: programrész absztrakciója, elnevezése, építőköként használata = függvény. Függvényhívás menete, paraméter, lokális változó fogalma, érték szerinti paraméterátadás.

Absztrakciók: összetett adattípus kialakítása egyszerű adattípusokból, pl. tört (számláló+nevező), komplex szám (valós+képzetes).

OOP alapfogalmi. Objektum, módszer. Fájlkezelés. Parancssori argumentumok. Rekurzio (zárt terület kifestése, labirintusépítés). Algoritmusok hatékonysága, gyorsrendezés, lineáris keresés kontra bináris keresés,  $O(n)$ . Adatszerkezetek: bináris fa (algoritmusai), hatékonyság: keresőfák, dekódoló fák (Morse fa). Matematikai programcsomagok. Modulok használata.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE92AM37 | 6       | 2         | 0     | vizsga      | 8      | kötelező   |

## Kalkulus 2

**Előkövetelmény: Kalkulus 1**



**Tematika:**

A valós  $n$ -dimenziós tér, mint normált tér, topológia. Pontsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass-tétel. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága. Parciális deriváltak. Többváltozós függvények deriváltja. Iránymenti deriváltak. Érintősík és gradiens. Differenciál, lineáris közelítés. Magasabbrendű deriváltak. Young–Schwarz-tétel. Többváltozós függvények lokális és abszolút szélsőértékei. Feltételes szélsőérték, Lagrange-féle multiplikátor. Inverz- és implicitfüggvény tétel. Többes integrál definíciója, tulajdonságok, elégséges feltétel. Integráltranszformációk. Gömbi- és hengerkoordináták. Vektor-vektor függvények értelmezése és alkalmazásai. Vektor-vektor függvények deriválása, a deriválttenzor invariánsai (divergencia, rotáció). Skalár-, és vektorértékű függvények vonalintegrálja, tulajdonságai, ívhossz, potenciálfüggvény. A felszín értelmezése. A felszín szerinti és a felületi integrál, tulajdonságok. Térfogat, divergencia és rotáció koordinátamentes értelmezése. Integrál-átalakító tételek (Gauss–Osztrogradszkij, Stokes, Green), alkalmazások. Függvénysorozatok és függvény sorok konvergenciája, egyenletes konvergencia. Egyenletes konvergencia és kapcsolata a folytonossággal, differenciálhatósággal és az integrálhatósággal. Folytonos függvények tere a  $\sup$ -normával. Hatványsorok és konvergenciatartományuk. Hatványsorok deriválása. Taylor-sorok, binomiális sorfejtés. Nevezetes Taylor-sorok. Fourier-sorok, Fourier-együtthatók, egyenletes konvergencia és egyértelműség. Négyzetesen integrálható függvények tere, Fourier-részletösszeg minimalizáló tulajdonsága. Bessel-egyenlőtlenség. Tisztán szinuszos és tisztán cosinuszos Fourier-sorok. Konvolúció és Parseval-egyenlőtlenség. Alkalmazások.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Laczkovich Miklós, T. Sós Vera: Analízis II.

Elias M. Stein, Rami Shakarchi: Fourier Analysis – An Introduction

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMEVISZA025 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 6      | kötelező   |

**Kombinatorika és gráfelmélet 1****Tematika:**

Leszámlálások (permutációk, variációk, kombinációk, binomiális tétel, binomiális együtthatókra vonatkozó tételek). Nevezetes leszámplálási módszerek, skatulya-elv, szita-módszer.

Gráfelméleti alapfogalmak (pont, él, fokszám, izomorfia, út, kör, összefüggőség). Fák, Cayley-tétel, Prüfer-kód. Mohó algoritmus, Kruskal-tétel. Páros gráfok, jellemzésük. Párosítások, König–Hall–Frobenius-tétel, Tutte-tétel, Gallai tételei, König tételei. Hálózati folyamatok, Ford–Fulkerson-tételek, Edmonds–Karp-tétel.

Menger tételei, gráfok magasabb pont- és él-összefüggőségi számai, Dirac-tétel.

Euler-bejárások, Euler-tétele.

Hamilton-körök és utak, létezésük szükséges feltétele. Elégséges feltételek (Dirac, Ore, Pósa és Chvatal tételei).

Síkbarajzolhatóság, viszonya a gömb és a tórusz felszínére való rajzolhatósághoz, sztereografikus projekció, Euler-formula. Kuratowski-tétel, Fáry–Wagner-tétel.

Szélességi és mélységi keresés, legrövidebb utak megkeresése (Dijkstra, Ford, Floyd algoritmusok), PERT-módszer.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány elemei,  
 Typotex, Budapest, 2002  
 Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelmélet példatár,  
 Typotex, Budapest, 2006.

### 3. SZEMESZTER

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE91AM38 | 4       | 1         | 0     | Vizsga      | 7      | kötelező   |

#### Algebra 1

**Előkövetelmény: Bevezetés az algebrába 2**

**Tematika:**

Csoport és félcsoport. Csoportok alapvető tulajdonságai, csoporthomomorfizmus, részcsoporthok. Példák csoportokra (diédercsoportok, kvaterniócsoport), szimmetrikus és alternáló csoportok, diszjunkt ciklusokra való felbontás, transzpozíciók. Permutációcsoportok, csoporthatások, tranzitivitás, Cayley-tétel. Csoport normálosztója, faktorcsoport, homomorfizmustétel, Noether-féle izomorfizmustételek. Ciklikus csoportok, elem rendje csoportban, Lagrange-tétel, csoportok direkt szorzatai. Nevezetes részcsoporthok: kommutátor, centrum, osztály-egyenlet, részcsoporthlánckok, Jordan–Hölder-tétel. Véges  $p$ -csoportok, Sylow-tételek, kis rendű csoportok szerkezetének leírása. Véges Abel-csoportok alaptétele, nilpotens és feloldható csoportok. Szabad csoportok és szabad algebrák, polinomgyűrűk gyűrűk felett, ideálok, maximális és prímeideálok,  $R[x]$  elemzése. Főideálgyűrűk, Noether-gyűrűk, egyértelmű faktORIZÁCIÓS gyűrűk. Testbővítés, faktorgyűrű, véges testek konstrukciója. Véges testek feletti vektorterek, ezek kódelméleti, kriptográfiai, kombinatorikai alkalmazásai. Vektorterek konstrukciói: faktortér, direkt szorzat, direkt összeg, tenzorszorzat. Lineáris funkcionál és duális tér.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE92AM38 | 4       | 1         | 0     | vizsga      | 7      | kötelező   |

#### Analízis 1

**Előkövetelmény: Kalkulus 1**

**Tematika:**

Metrikus és normált terek alaptulajdonságai. Metrikák és metrikus terek. Metrikus alterek és izometriák. Metrikus tér topológiája. Sorozatok metrikus terekben. Sorozatok konvergenciája metrikus térben. Szeparábilis metrikus terek. Konvergens sorok normált térben. Metrikus és normált terek szorzata. Kompakt halmazok metrikus terekben. Kompakt halmazok tulajdonságai. Relatív kompakt halmazok. Kompakt metrikus terek jellemzése. Cantor-féle közszerésztétel. Bolzano–Weierstrass-tétel. Kompakt halmazok szorzata. Normák ekvivalenciája véges dimenzióban. Függvények határértéke. Határérték értelmezése és alaptulajdonságai. Átviteli elv határértékekre. Folytonosság értelmezése és alaptulajdonságai. Folytonosság topológikus jellemzése. Homeomorfizmusok. Egyenletesen folytonos függvények. Kompakt halmazon

folytonos függvények alaptulajdonságai. Weierstrass-féle maximum-minimum elv. Kompakt halmazok véges dimenziós terekben, Heine–Borel-tétel. Alkalmazások (Algebra alaptétele, Approximáció Bernstein-polinomokkal) Teljes metrikus terek. Teljesen korlátos halmazok jellemzése sorozatokkal, Hausdorff-tétel. Véges dimenziós normált terek teljessége. Ívszerűen összefüggő és összefüggő metrikus terek. Baire-féle kategóriatétel, sehol sem sűrű halmazok, első és második kategóriájú halmazok. Normált terek. Banach-terek. Banach-terek jellemzése abszolút konvergencia sorokkal. Kontrakciók, hasonlóság, Banach-féle fixponttétel. Lineáris és multilineáris leképezések. Normált terek között ható lineáris leképezések folytonossága, operátornorma. Normált terek között ható multilineáris leképezés fogalma, folytonossága, normája. Pozitív és negatív definit, valamint indefinit leképezések jellemzése. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. Hahn–Banach-tétel és néhány következménye. Korlátos lineáris operátorok terének teljessége. Banach–Steinhaus-tétel. Nyílt leképezések és zárt gráfok. Banach-tétele korlátos inverz létezéséről. Normált terek között ható leképezések deriválása.

### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai

Terence Tao: Analysis II.

Kolmogorov, Fomin: A függvényelmélet és funkcionálanalízis elemei

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE93AM15 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 6      | kötelező   |

## **Differenciálegyenletek 1**

**Előkövetelmény: Bevezetés az algebrába 2 ÉS Kalkulus 2**

### **Tematika:**

Közönséges differenciálegyenletek: Explicit módon megoldható egyenlet típusok, egzakt és lineáris egyenletek. A kezdetiérték-probléma korrekt kitűzöttsége, egzisztencia, unicitás, folytonos függés a kezdeti értékektől. Közelítő megoldási módszerek. Lineáris egyenletrendszer, variációs rendszer. A stabilitáselmélet elemei, stabilitás, aszimptotikus stabilitás, Ljapunov-függvények, stabilitás a lineáris közelítés alapján. Síkbeli autonóm egyenletek fázisportréi. Laplace-transzformáció, alkalmazása differenciálegyenletek megoldására. Diszkrét idejű dinamikai rendszerek.

### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Simon Péter, Tóth János: Differenciálegyenletek. Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba, Typotex, Budapest 2005.

William E. Boyce, Richard C. DiPrima: Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, Wiley 2008.

J. C. Robinson: An Introduction to Ordinary Differential Equations, Cambridge University Press 2003.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE13AM16 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelező   |

## Fizika 1

**Előkövetelmény: Kalkulus 2**

### Tematika:

Tömegpont kinematikája: kinematikai mennyiségek és összefüggéseik különböző mozgások esetén. Differenciál- és integrálszámítás a fizikában. Az inerciarendszer fogalma. Newton-törvények. A mozgásegyenlet és néhány alkalmazása. Differenciálegyenletek a fizikában. Fizikai kölcsönhatások és erő törvények. Az erő tér fogalma, vektorterek a klasszikus fizikában. Koordináta-transzformációk és a relativitás elve, a speciális relativitáselmélet alapfogalmai. A munka fogalma, a mozgási és helyzeti energia. Tömegpontrendszer mozgása, tömegközépponti tétel, a lendület-, energia- és perdület megmaradásának tétele. A megmaradási tételek szerepe a fizikában.

A disszipált mechanikai energia, termikus jelenségek.

Az elektrosztatika alapjelenségei, elektromos töltés, elektromos térerősség és elektromos potenciál. Az elektrosztatika I.- és II. alaptörvénye (örvényerősség és forráserősség elektrosztatikus erőterben).

Az elektromos áram jellemzése. Az elektrosztatika I. alaptörvénye stacionárius áramoknál: Kirchhoff II. törvénye. A kontinuitási egyenlet és speciális esete: Kirchhoff I. törvénye.

Mágneses alapjelenségek, a mágneses erőter jellemzése, a mágneses indukcióvektor. Az állandó mágneses erőter I. és II. alaptörvénye (örvényerősség és forráserősség).

Az elektromágneses indukció alapjelenségei, a Faraday-féle indukciótörvény, Lenz-törvénye.

A kontinuitási egyenlet és a mágneses tér I. alaptörvényének ellentmondása: az eltolási áram.

Maxwell-egyenletek változó elektromágneses térben (integrális alakban).

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Budó Á., Pócza J.: Kísérleti fizika I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest 2000

Hevesi I.: Elektromosságtan, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest 1999

Tóth A.: Kibővített óravázlat (internetről letölthető anyag)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMEGT35A0?? | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 3      | kötelező   |

## Számvitel

### Tematika:

A számbavétel kialakulása, fejlődése. (A számbavételi területek céljai és feladatai. Az újra-termelési folyamat modellje. A számbavétel hagyományos témakörei. A beszámoló részek kapcsolódási pontjai.) A számvitel fogalomkészlete. (A pénzforgalmi és az eredményszemlélethez kapcsolódó fogalmak. Gazdasági események hatása a pénzáramlásra és az eredményre. Tartós eszközökhöz kapcsolódó fontosabb fogalmak. Leltározáshoz kapcsolódó fogalmak. Bruttó-nettó szóhasználat a számvitelben.) A Könyvelés eszköztára és módszerei. (A könyvviteli és számviteli fogalmi rendszerezés. (Mintapélda a kettős könyvvitel logikai rendszerére.) Könyvelés technikai alapok gyakorlása (alapműveletek, számlasoros könyvelés, idősoros

könyvelés analitikával, összesítő ellenőrző kimutatások, nyitás, zárás, mérleg, eredmény kimutatás, zárlati tételek). Beszámolás és könyvvizetés. A számviteli beszámoló általános kérdései. Mérleg értékelése és a főbb vagyonomozgások. A jövedelmezőség (eredmény) számbavételéhez kapcsolódó ismeretek. Hozamok és ráfordítások. Eredmény kimutatás kétféle megközelítésben. Mintapélda az eredmény kimutatás összeállítására. Eredménykategóriák. Mintapélda az eredménykategóriákra. Költségek számbavételéhez kapcsolódó ismeretek. Mintapélda a kiadások, költségek és ráfordítások közötti eltérésre. Költségek csoportosítása. Költségkimutatások. Költség elszámolási technikák (vásárolt és saját termelésű készletekre). Néhány kiemelt vagyoni- és forráselem értelmezése, struktúrája, elszámolási szabályai. (Befektetett eszközök számviteli szabályozása. Saját tőke értelmezése, struktúrája, elszámolási szabályai. Osztalékfizetés. Alapítás és a különleges céghelyzetek.)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE95AM29 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 6      | kötelező   |

## Valószínűesszámítás 1

**Előkövetelmény: Kalkulus 2 ÉS Kombinatorika és gráfelmélet 1**

### Tematika:

Bevezető, alapfogalmak: empirikus háttér, eseménytér, események algebrája, valószínűség, kombinatorikus megfontolások, szitaformula, urnamodellek, geometriai valószínűség.

Feltételes valószínűség: alapfogalmak, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel, alkalmazások. Sztochasztikus függetlenség.

Diszkrét valószínűségi változók: alapfogalmak, diszkrét eloszlás, bináris-, binomiális-, hipergeometrikus-, geometriai-, negatív binomiális eloszlások. Poisson approximáció, Poisson eloszlás. Alkalmazások.

Valószínűségi változók általános fogalma: eloszlásfüggvények és alaptulajdonságai, abszolút folytonos szinguláris eloszlások. Nevezetes abszolút folytonos eloszlások: egyenletes, exponenciális, normális (Gauss), Cauchy. Valószínűségi eloszlások transzformáltjai, sűrűségfüggvény transzformációja.

Valószínűségi eloszlások jellemzői: várható érték, medián, szórásnégyzet, alaptulajdonságai. Nevezetes eloszlásoknál ezek számolása. Steiner-tétel. Alkalmazások.

Együttes eloszlások: együttes eloszlásfüggvények, peremeloszlások, feltételes eloszlások. Nevezetes együttes eloszlások: polinomiális, többdimenziós normális. Feltételes eloszlás- és sűrűségfüggvények. Várható érték vektor, kovariancia mátrix, Schwarz-tétel.

Nagy számok gyenge törvénye: NSZT binomiális eloszlásra (Bernoulli). Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. Nagy számok gyenge törvénye teljes általánosságban. Alkalmazás: Weierstrass approximációs tétele.

Binomiális eloszlás normális approximációja: Stirling-formula, DeMoivre–Laplace-tétel. Alkalmazások. Normális fluktuációk általában, Centrális határeloszlás-tétel.

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Balázs Márton és Tóth Bálint: Valószínűesszámítás 1 jegyzet.

Rényi Alfréd: Valószínűesszámítás. Tankönyvkiadó 1972

William Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications  
(magyar kiadás: Műszaki Könyvkiadó)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE91AM46 | 0       | 0         | 0     | félévközi jegy | 1      | kötelező   |

## Valószínűségszámítás programozási feladatok

**Előkövetelmény: Informatika 2 ÉS [Valószínűségszámítás 1]**

### Tematika:

A tárgy célja a Valószínűségszámítás 1 című tárgy tematikájához kapcsolódó programozási feladatok megoldásán keresztül a hallgatók programozási képességeinek szinten tartása, és egyúttal a valószínűségszámítás alapfogalmainak véletlen események szimuláción keresztül való jobb megértésének elősegítése.

## 4. SZEMESZTER

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMEVISZAB01 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező   |

## Algoritmuselmélet

**Előkövetelmény: Kombinatorika és gráfelmélet 1 ÉS Informatika 2**

### Tematika:

Mintaillesztés. Naív algoritmus, Rabin-Karp (ujjlenyomatos) algoritmus. A véges automatás megoldás.

Determinisztikus és nemdeterminisztikus véges automaták, ezek ekvivalenciája. A reguláris kifejezés fogalma, kapcsolata a reguláris nyelvekkel, véges automatákkal (az automatából reguláris kifejezés irány legfeljebb vázlatosan). A véges automata mint lexikális elemzők.

Környezetfüggetlen nyelvtanok. Levezetési fák, bal- és jobboldali levezetés. Az egyértelműen levezethető szó, egyértelmű nyelvtan, nyelv fogalma, algoritmikus jelentősége.

A (nemdeterminisztikus) veremautomata. A veremautomaták és a környezetfüggetlen nyelvek kapcsolata (részletesen a nyelvtanból automata irány). Az elemzés feladata (parser).

A Turing-gép, mint a legáltalánosabb automata. Church–Turing-tézis. A P, NP, coNP osztályok, kapcsolatuk. A Karp-redukció fogalma, NP-teljesség.

Cook–Levin-tétel (vázlatosan), a SAT, 3SAT, 3SZÍN NP-teljessége

További NP-teljes nyelvek: MAXFTL, H, H-út, Utazóügynök, 3DH, RH, Partíció, Hátizsák, Részgráfizo (nagy részt csak az NP-beliség bizonyításával). Nyitott kérdés: a Gráfizo bonyolultsága.

A lineáris és az egészértékű programozás feladata. LP polinom idejű (biz. nélkül), IP NP-teljes. Korábbi problémák átfogalmazása egészértékű programozássá. Elágazás és korlátozás (pl. független pontok, színezés).

Dinamikus programozás (pl. Hátizsák, leghosszabb közös részsorozat).

Közelítő algoritmusok: utazóügynök probléma így is nehéz, az euklideszi változatra 2-közelítő algoritmus, Ládapakolásra a FirstFit algoritmus 2-közelítésének bizonyítása, Ibarra-Kim-tétel (tetszőlegesen jól lehet közelíteni) kimondva.

Összehasonlítás alapú rendezések és elemzésük (buborék, beszúrásos, összefésüléses, gyorsrendezés). Alsó becslés a szükséges összehasonlítások számára. Nem összehasonlítás alapú rendezések és elemzésük: ládarendezés, radix rendezés.

Lineáris és bináris keresés, az utóbbi optimalitása. Keresőfa fogalma, tulajdonságai, hatékonysága.

Egy kiegyensúlyozott keresőfa: a piros-fekete fa fogalma, tulajdonsága. Egy másik hatékony adatszerkezet: a 2-3 fa, illetve a B-fa fogalma, tulajdonságai, előnyei.

Ismétlés, összefoglalás, tartalék.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Rónyai Lajos, Ivanyos Gábor, Szabó Réka: Algoritmusok, Typotex, Budapest, 1999.

T. Corman, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, 2003.

Csima Judit, Friedl Katalin: Nyelvek és automaták, elektronikus jegyzet

Feladatgyűjtemény: [cs.bme.hu/algel/fasor.pdf](http://cs.bme.hu/algel/fasor.pdf)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE91AM47 | 0       | 0         | 0     | félévközi jegy | 1      | kötelező   |

## **Algoritmuselemlet programozási feladatok**

**Előkövetelmény: Informatika 2 ÉS [Algoritmuselemlet]**

#### **Tematika:**

A tárgy célja az Algoritmuselemlet című tárgy során tanult algoritmusok programozásán keresztül a hallgatók programozási képességeit szinten tartani, és egyúttal az algoritmusok jobb megértését is elősegíteni.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Magnus Lie Hetland: Python Algorithms, Mastering Basic Algorithms in the Python Language, Apress, 2010

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE92AM39 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 5      | kötelező   |

## **Analízis 2**

**Előkövetelmény: Analízis 1**

#### **Tematika:**

Sigma-gyűrűk és algebrák. Halmazfüggvények. Lebesgue-mérték felépítése. Külső mérték. Mérhető halmazok. Külső mérték által definiált mérték, mérték által definiált külső mérték. Nem Lebesgue-mérhető halmaz konstrukciója. Mérhető tér, mértéktér. Mérhető függvények. Mértékben való konvergencia, kapcsolata a mm. konvergenciával. Mérhető függvény integrálja. Beppo-Levi-tétel, Fatou-lemma, Lebesgue-féle majorált konvergencia tétel. Az integrál szigma-additivitása.  $L_p$ -terek, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenség. Az integrál abszolút folytonossága. Riemann-gömb. Komplex sorozatok határértéke és tulajdonságai. Komplex függvények határértéke, folytonossága. Többrétű és többértékű függvények és relációk. Elemi függvények hatványsor-előállítás. Euler-formula. Komplex logaritmus függvény. Komplex differenciálhatóság. Cauchy-Riemann egyenletek. Regularitás és elemi következményei. Regularis és harmonikus függvények, harmonikus társ. Komplex vonalintegrál, helyettesítéses integrál. Newton-Leibniz-formula komplex változóban. Goursat-lemma, általánosított

Goursat-lemma. Cauchy integráltétel és integrálformula konvex tartományon. Görbe indexe. Egyszeresen összefüggő tartomány. Cauchy-integráltétel és integrálformula egyszeresen összefüggő és általános tartományon. Primitív függvény. Morera-tétel. Reguláris függvény hatványsorba fejtése. Liouville-tétel, algebra alaptétele. Gyök multiplicitása. Unicitási tétel. Laurent-sor. Izolált szingularitások osztályozása, jellemzésük a függvény viselkedésével illetve Laurent-sorával. Residuum, residuum-tétel. Pólus residuumának kiszámítása. Logaritmikus residuum, argumentum-elv. Rouché-tétel. Nyílt leképezés tétele. Maximumelv, minimumelv.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Járai Antal: Mérték és integrál

Szőkefalvi-Nagy Béla: Komplex függvénytan

W. Rudin : Real and complex analysis

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE94AM19 | 2       | 1         | 0     | félévközi jegy | 4      | kötelező   |

## Differenciálgeometria 1

**Előkövetelmény: Geometria ÉS Kalkulus 2**

**Tematika:**

A görbe fogalma, paraméterezése, átparaméterezés, ívhossz. Ívhossz izometriával szembeni invarianciája, az érintővektor fogalma, a görbület fogalma, általános görbületfogalom, Fox-Milnor-tétel. A normálvektor fogalma, az előjeles görbület fogalma, totális görbület és konvexitás. Globális tételek: négy csúcspont tétele, izoperimetrikus egyenlőtlenség. Frenet-formulák, torzió, a görbeelmélet alaptétele.

A felület fogalma. A Gauss-görbület, főgörbületek. Intrinsic geometria, felületek izometriái. Theorema Egregium. Christoffel-szimbólumok, PMC-egyenletek. A felületelmélet alaptétele. Kovariáns deriválás, Lie-zárójel, Riemann-féle görbületi tenzor. A geodetikus görbület. A Gauss–Bonnet-tétel és alkalmazásai.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Manfredo Do Carmo: Differential Geometry of Curves and Surfaces

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria (1979)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE91AM44 | 2       | 0         | 2     | félévközi jegy | 4      | kötelező   |

## Informatika 3

**Előkövetelmény: Informatika 2 ÉS Valószínűségszámítás programozási feladatok**

**Tematika:**

A tárgy célja a hatékony természettudományi számításokban alapvető C++ nyelv alap-elemeinek megismerése.

C++ programok fordítása, programozói környezet. A C++ alapjai. Input/output. Beépített adattípusok, int, double, char, bool, complex. Vezérlő utasítások: if, switch, for, while, do. Kivételek (Python ismétlésként). Függvények.



Operátor értelmezésének kiterjesztése (racióális szám struct); ezen keresztül referenciák (a += b, cout << tört, cin >> tört).

Objektumorientált programozás a C++ nyelvben: objektum, osztály, egységbezárás, tagfüggvény, konstruktor, destruktor (saját komplex osztály, belül re+im vagy r+fi adattagokkal).

Tömbök használata C++-ban. Pointerek, kapcsolatuk a tömbökkel. Tömb átadása függvénynek, cím szerinti átadás.

Fájlkezelés. Alap algoritmusok, maximumkeresés, rendezés stb. Saját tört, saját komplex osztály + fájlkezelés. Parancssori argumentumok (rendez input.txt output.txt).

Dinamikus memóriakezelés, new[], delete[].

Saját sztring vagy vektor osztály, konstruktor, destruktor, másoló konstruktor, értékadó operátor szerepe.

Öröklés. Geometriai alakzatos példa. Heterogén kollekció.

Függvénytípus, osztálysablon, template használata: Vektor<int>, Vektor<double>, Matrix<double>, Matrix<complex>.

Könyvtárak használata. Fordítás menete, header fájlok.

### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Bjarne Stroustrup: A C++ programozási nyelv. Kiskapu Kiadó.

Edward Scheinerman: C++ for Mathematicians. An Introduction for Students and Professionals. CRC Press.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE93AM19 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 5      | kötelező   |

## **Operációkutatás**

### **Előkövetelmény: Bevezetés az algebrába 2 ÉS Kalkulus 2**

#### **Tematika:**

Bevezető; konvex halmazok, poliéder, politop, Krein–Milmann-tétel. Szeparáció, Farkas-lemma. Lineáris programozási feladat, bázis, bázis megoldás, optimális megoldás. Szimplex algoritmus. Kétfázisú szimplex algoritmus, degeneráció, indexválasztási szabályok. Módosított szimplex algoritmus. Érzékenység vizsgálat. Gyenge és erős dualitás tétel. Hálózati folyamfeladatok, algoritmusok. Hálózati szimplex algoritmus. Szállítási feladat, hozzárendelési feladat, Magyar-módszer. Egészértékű programozás: korlátozás és szétválasztás módszere, dinamikus programozás, vágósíkos eljárások. Betekintés a játékelméletbe.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Varró D.: Operációkutatás, Akadémiai Kiadó, 2014.

Prékopa A.: Lineáris programozás, Bolyai, 1968.

Gáspár L., Temesi J.: Lineáris programozási gyakorlatok, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1994.

Wayne L. Winston: Operációkutatás, Módszerek és alkalmazások, I-II. kötet, Aula, Budapest, 2003.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|------------|
| BMETE95AM31 | 2       | 0         | 2     | vizsga      | 5      | kötelező   |

## Statisztika 1

**Előkövetelmény: Valószínűesszámitás 1**

### Tematika:

Véletlen mintavételezés, statisztikában leggyakrabban előforduló valószínűségi modellek. Leíró statisztikák, empirikus kovariancia, korreláció, kontingenciatáblák. Statisztikai becslések elvart tulajdonságai. Maximum likelihood elv. Konfidenciaintervallumok. Statisztikai hipotézisvizsgálat elvei, fogalmi. Erőfüggvény vizsgálata. Statisztikai próbák egy kezelés hatásának vizsgálatára, u- és t-próba. Két kezelés hatásának összehasonlítása, kétmintás u- és t-próba. Hipotézisvizsgálatok a szórásra, két populáció szórásának összehasonlítása, Fisher F-próba. Kategorikus változók vizsgálata, kontingenciatáblák, chi-négyzet próba. Egyéb nemparaméteres próbák: előjel- és Wilcoxon-próba. Lineáris regresszió. Linearizáció. Varianciaanalízis elvei. Bevezetés a Bayes-becslések használatába, frekvencia és Bayes-i megközelítés. Idősorok statisztikái. Gyakorlati kérdések: a mintaelemszám választása, normalitásvizsgálat, újramintavételezés.

A labor gyakorlatokon az előadáson tárgyalt módszereket alkalmazzuk adatrendszerekre (R vagy PSPP programcsomag segítségével).

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

G. K. Bhattacharyya, R. A. Johnson: Statistics – Principles and Methods, Wiley, 2014.

(magyar fordítás vagy kivonat készül).

Bolla M., Krámlí A.: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2012.

## 5. SZEMESZTER

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE95AM33 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Sztoch.)<br>kötelezően vál. |

## A modern valószínűesszámitás eszközei

**Előkövetelmény: Valószínűesszámitás 1**

### Tematika:

A tárgy célja a modern valószínűesszámitásban használt legfontosabb kombinatorikai, lineáris algebrai, valós függvénytani, mértékelméleti, komplex függvénytani, funkcionálanalízis-beli és geometriai eszközök megtanítása.

Példákon keresztül bemutatjuk ezek valószínűesszámitásbeli alkalmazását, de a hangsúly az eszköztár kifejlesztésén van. A megszerzett tudás egy részét az MSc képzésben fogjuk hasznosítani.

Kombinatorika: Generátorfüggvény-módszer. Stirling-formula, Euler Gamma-függvény. Topológia: Konvergencia metrikus téren és topológikus téren. Kompaktság. Szorzattér, szorzat-topológia, Tyihonov-tétel. Lineáris algebra: Belső szorzatterek, Cauchy–Schwarz-egyenlőtlenség. Mátrixok hatványozása, analitikus mátrix-kalkulus. (Alkalmazás: Markov-

átmenetvalószínűségek.) Függvénytranszformációk: Laplace-transzformáció. Fourier-sorfejtés, Fourier-transzformáció, diszkrét Fourier-transzformáció. (Alkalmazás: karakterisztikus függvény.) Legendre-transzformáció. Mértékelmélet: Integrálás és deriválás felcserélhetősége. Egyenletes konvergencia és folytonosság. (Alkalmazás: karakterisztikus függvény differenciálhatósága.) Jensen-egyenlőtlenség. Abszolút folytonosság, Radon–Nikodym-tétel. (Alkalmazás: feltételes várható érték.) Mértékek előretöltje, helyettesítéses integrál. (Alkalmazás: Valószínűségi változók eloszlása, eloszlások várható értéke.) Szorzattér, szorzatmérték. Fubini-tétel. (Alkalmazás: függetlenség.) Mértékek dekompozíciója, feltételes mérték, faktormérték. Komplex függvénytan: Reziduum-tétel, Laurent-sorfejtés. (Alkalmazás: konvolúciók és karakterisztikus függvények számolása.) Analitikus kiterjesztés, Vitali tétel. Funkcionálanalízis: Korlátos operátorok spektruma, rezolvens, spektrálsugár. Hahn–Banach-tétel.  $C^k$  terek, Arzela–Ascoli-tétel. Folytonos lineáris funkcionálok, Riesz–Markov-tétel. Duális terek, gyenge csillag topológia, fessesség. Fourier-transzformáció még egyszer, Riesz–Fischer-tétel.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Járai Antal: Mérték és integrál

Rudin: Functional Analysis

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM49 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## A web matematikája

**Előkövetelmény: Algoritmuselemzés ÉS Valószínűségi számítás 1 ÉS Informatika 1**

**Tematika:**

Keresés az interneten. A Page Rank definíciója. Markov-láncok és bolyongás gráfokon. A Page Rank átfogalmazása és két alkalmazás: Jeh–Widom-skálázás, személyre szabott keresés. Kleinberg módszere (a HITS algoritmus). Mátrixok szinguláris felbontása, gráfklaszterezés és a Kleinberg-algoritmus. Nevezetes gráfmodellek. Fokszámeloszlások vizsgálata. Kis világ modell. Web-es keresőrendszerek felépítése.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

<http://www.ilab.sztaki.hu/~benczur/wwwmat.html>

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|----------------------------------------|
| BMEVISZA027 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Adattud.)<br>kötelezően vál. |

## Adatbáziskezelés

**Előkövetelmény: Algoritmuselemzés**

**Tematika:**

Adatbáziskezelő rendszerek jellemzői, elvárások a rendszerrel szemben, a rendszer részei. Az adatbáziskezelő rendszerek története, az adatbáziskezelő rendszerhez fordulás szintjei. Adatmodellezés alapfogalmai, E/K diagrammos adatmodellezés alapfogalmai, egyedhalmaz, attri-

bútumok, kapcsolatok megadásának módja, E/K kapcsolatok jellege, többes kapcsolat bináris-sá írása, alosztályok, megszorítások. Relációs adatmodell, relációs algebra műveletei, származtatott műveletek, E/K átírása relációs sémára. Sorkalkulus, oszlopalkulus, példák, biztonságos kifejezések. SQL alapfogalmak, alaputasítások, DML, DDL, beágyazott lekérdezések, példák. MySQL használata. Funkcionális függőség, logikai következmény, Armstrong-axiómák, igazság tétel. Lezáras, igazság és teljességi tétel. Szuperkulcs, kulcs, algoritmus a lezárasra, felbontások, hűséges felbontás, BCNF, normalizálás, függőségőrző felbontás. 3NF, 3NF-re bontás. Lekérdezések végrehajtása, fizikai terv, lekérdezések optimalizálása. Fizikai szervezés: alapfogalmak, szekvenciális szervezés, hash, dinamikus hash, növelhető hash, indexelés alapfogalmak, ritka és sűrű index. Tranzakciókezelés alapfogalmak: tranzakció fogalma, atomicitás, elkülönítés, konzisztencia, tartósság. Többfelhasználós működés: soros, sorosítható ütemezés, sorosíthatóság elérése záarakkal. Sorosíthatóság tesztelése az egyszerű tranzakciómodellben a sorosítási gráffal; sorosítási gráf vizsgálata, 2PL. RLOCK/WLOCK modell: zárfaajták, használatuk, problémák záarakkal, sorosíthatóság tesztelésére 2 módszer. rendszerhibák: napló, naplózás, visszaállítas, UNDO, REDO protokoll, UNDO/REDO protokoll, archiválás. Nem relációs adatbázisok.

### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Gajdos: Adatbázisok, Műegyetemi Kiadó 2000.

Ullman, Widom: Adatbázisrendszerek, alapvetés, Panem, 1998.

Garcia, Ullman, Widom: Adatbázisrendszerek megvalósítása, Panem, 2001.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE91AM39 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Elméleti)<br>kötelezően vál. |

## **Algebra 2**

### **Előkövetelmény: Algebra 1**

#### **Tematika:**

Testbővítések, szorzattétel, egyszerű algebrai bővítések konstrukciója és egyértelműsége, véges és algebrai bővítések. Normális bővítés, felbontási test, szeparábilis bővítés, véges testek, Wedderburn-tétel. Galois-csoport, a körosztási polinom irreducibilitása, primitív  $n$ -edik egységgyökkel való bővítés Galois-csoportja. Galois-kapcsolat, A Galois-elmélet főtétele. A Galois-elmélet alkalmazásai: az algebra alaptétele, szerkeszthetőség, gyökjelekkel való megoldhatóság, Abel-Ruffini-tétel. Algebrai lezárt létezése és egyértelműsége, transzcendens bővítés,  $e$  transzcendenciája, a Gelfand–Schneider-tétel.

Számelméleti alapfogalmak ismételése, az Euler-féle  $\phi$ -függvény. Lineáris kongruenciák és kongruenciarendszerek, magasabb fokú binom kongruenciák, diszkrét logaritmus, prímhatvány modulusú kongruenciák. Másodfokú kongruenciák, Legendre- és Jacobi-szimbólum, kvadratikusan reciprocitás. Prímszámok: végtelen sok prím van, a prímek közti hézagok, Csebisev-tétel, prímek reciprokösszege, Dirichlet-tétel  $(nk + 1)$ -re. Számelméleti függvények:  $d(n)$ ,  $\sigma(n)$ ,  $\phi(n)$ . Multiplikatívitas, konvolúció, összegzési függvény multiplikatívitas, Möbius-függvény, megfordítási-tétel. Prímszámtétel,  $n$ -edik prím nagyságrendje, prímteszt, Rabin–Miller-teszt, RSA-függvény. Diofantoszi egyenletek: lineáris diofantoszi egyenletek megoldása, pitagoraszai számhármak, kétnégyszög-tétel, Gauss-egészek.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM48 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Az adatbiztonság matematikai alapjai

**Előkövetelmény: Bevezetés az algebra 2**

### Tematika:

A tárgy célja a kódelmélet és a kriptográfia matematikai alapjainak megismerése. A tárgy a bizonyítható biztonság modern fogalmára épít.

A kódelmélet és a kriptográfia információelméleti alapjai. Alapvető kommunikációs- és hibamodellek. A bináris szimmetrikus csatorna. Kódolás, dekódolás, Hamming-távolság. A (blokk) kódok alapvető paraméterei. Véges testek aritmetikája, polinomok véges testek felett. Lineáris kódok, generátormátrix, ellenőrző mátrix. Szindróma dekódolás. A Hamming-kód. Ciklikus kódok és ideálok. BCH-kódok. Reed-Solomon- és Justensen-kódok. Az MDS-korlát, optimális kódok. Golay-kódok, perfekt kódok. Korlátok a kódparaméterekre: Varshamov-Gilbert, Delsarte, gömbkitöltési. Reed-Muller-kódok. Kapcsolatuk a Boole-függvényekkel. Goppa-kódok, nem lineáris kódok, konvolúciós kódok.

Klasszikus kriptográfia elemei. A modern kriptográfia alapjai: a bonyolultságelmélet, számelmélet, a bizonyítható biztonság. Kiszámíthatóság – egyirányú és egyirányú kikapufüggvények (diszkrét logaritmus, RSA-függvény, Rabin négyzetre emelés függvénye, prím faktorizációval való kapcsolatuk). Álvéletlen generátorok, álvéletlen függvények. Nemfeltáró bizonyítások, és létezésük NP-problémákra. Kódolás és hitelesítés módszerei (privát kulcsú rendszerek, szimmetrikus titkosítási sémák, nyilvános kulcsú rendszerek, kulcs csere (Diffie-Hellman). Kriptográfiai protokollok: két résztvevős protokollok (oblivious transzfer, bit rábízáás, ...), több résztvevős protokollok, titokmegosztás, elektronikus választás, digitális pénz.

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Hall: Notes on Coding theory, <http://users.math.msu.edu/users/jhall/classes/codenotes/coding-notes.html>

Katz, Lindell: Introduction to Modern Cryptography, Chapman & Hall, 2008

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE95AM36 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Adattud.)<br>kötelezően vál. |

## Bevezetés az adattudományba 1

**Előkövetelmény: Informatika 2 ÉS Statisztika 1**

### Tematika:

A tárgy célja az adattudomány alapfogalmainak a korábban megszerzett matematikai ismeretekre épülő, gyakorlati megközelítésű megismertetése. A hallgatók a kezdetektől teljes, a gyakorlati életből vett valós alkalmazási példákon keresztül az ismereteket megtapasztalva, egy-fajta spirál mentén egyre mélyebbre haladva precíz elméleti és egyúttal praktikus gyakorlati ismeretekhez jutnak. Az elméleti ismeretek gerincét a gépi tanulás algoritmusai adják, a gyakorlati feladatok építenek a Python nyelv ismeretére.

Előadás: Történet, példák, esettanulmányok, az adattudományba sorolható diszciplínák. Ellenőrzött tanulás – Lineáris Modellek + modell validálás. Legkisebb négyzetek módszere. Lineáris Regresszió. Gradiens módszer, maximum-likelihood becslés. Polinomiális regresz-

szió, logisztikus regresszió, Perceptron, Newton-módszer, Naive-Bayes. Általánosított lineáris modellek (Exponenciális család), tanulási/validációs/tesztelési halmaz, cross-validáció, Bias-Variance tradeoff, regularizáció, Precision-Recall, F1-score, ROC görbe. SVM, lineáris SVM, kernel trükk. Neurális hálók. Döntési fák. Véletlen erdők. Boosting. Nem Ellenőrzött tanulás. Klaszterezés. K-means klaszterezés. EM algoritmus. PCA, ICA. Nagyobb esettanulmányok, kitekintés.

Gyakorlat: Az adatmanipulálás, prediktív analízis, megjelenítés lépései valódi adatokkal (pl. kaggle) elsősorban Python-csomagok (pandas, scikit-learn, matplotlib, ggplot) és R használatával.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Szőkefalvi-Nagy Gyula – Gehér László – Nagy Péter: Differenciálgeometria, 1979

Strommer Gyula: Geometria, 1988, 1992; (44518)

Vermes Imre: Geometria útmutató és példatár, 1991; (410661)

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE93AM18 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Mérnök.)<br>kötelezően vál. |

## **Differenciálegyenletek 2**

**Előkövetelmény: Differenciálegyenletek 1 ÉS Kalkulus 2**

#### **Tematika:**

Dinamikai rendszer fogalma, autonóm rendszerek egyensúlyi pontjai, linearizálás, egyensúlyi helyzetek osztályozása, stabil, instabil, centrális sokaság. Nevezetes bifurációk: nyereg-csomó, vasvilla, transzkritikus, zipzár, Hopf-bifurkáció. Ljapunov direkt módszer, LaSalle-elv, vonzási tartomány, vonzó halmaz, globális stabilitás, Ljapunov direkt módszer nem autonóm rendszerre. Alkalmazások: konzervatív, Hamilton, gradiens rendszerek. Határhalmazok, periodikus pályák, Poincaré leképezés, Poincaré-Bendixson elmélet, periodikus pályák 2 dim-ban,  $\omega$ -határhalmaz szerkezete, Liénard-tétel (periodikus pálya létezéséről). Periodikus pályák stabilitása, Floquet elmélet, Ljapunov-exponens, periodikusan gerjesztett differenciálegyenletek. Biológiai, mechanikai, elektrotechnikai alkalmazások, modellalkotás. Populációdinamikai modellek, RLC-kör, Liénard, van der Pol egyenlet, dinamikai vizsgálat. Diszkrét dinamikai rendszerek, egyensúlyi pont stabilitása, periodikus pálya, bifurkáció, káosz. Lorenz-rendszer vizsgálata, káosz, különös attraktor..

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: Differential Equations, Dynamical Systems, and Introd. to Chaos, Elsevier, 2013.

Rouche, N; Habets, P; Laloy, M: Stabilitáselmélet, A Ljapunov-féle direkt módszer, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

M. Farkas: Periodic Motions, Springer-Verlag, New York, 1994.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE13AM17 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Fizika 2

### Előkövetelmény: Fizika 1

#### Tematika:

A rezgés és hullámtan elemei. Rugalmas hullámok. Az egydimenziós hullámegyenlet származtatása. Hullámok két- és három dimenzióban. Energiaterjedés hullámban. Hullámok szuperpozíciója. Fázis- és csoportsebesség.

A Maxwell-egyenletek differenciális alakjainak származtatása. Az elektromágneses hullámegyenlet. Elektromágneses hullámok, energiaterjedés elektromágneses hullámban.

A speciális relativitáselmélet alapjai. A Michelson–Morley-féle kísérlet. A Lorentz-transzformáció. Idődilatáció és Lorentz-kontrakció. Invariáns távolságnégyzet és sajátidő. Energia–impulzus-négyesvektor és megmaradás. Energia–tömeg ekvivalencia.

A kvantumfizika bevezető kísérletei: fotoeffektus és Compton-effektus. A de Broglie-féle hullámhipotézis. Részecske-hullám dualizmus a mikrovilágban. Az atomi színeképek és a Bohr-féle posztulátum. A Rutherford-féle kísérlet és a Bohr-modell. A hullámmechanika alapjai. A stacionárius Schrödinger-egyenlet és a hullámfüggvény valószínűségi értelmezése. A stacionárius Schrödinger-egyenlet megoldása néhány egyszerűbb esetben. Az alagúteffektus. A határozatlansági relációk és jelentésük. A hidrogénatom: sajátfüggvények és sajátértékek.

Az indukált emisszió és a természetes vonalszélesség. A lézer működésének alapgondolata. Néhány lézertípus és a lézerek gyakorlati felhasználása.

Az erős kölcsönhatás mezonelméletének alapgondolata, az atommag-erők eredete. Az atommagok tulajdonságai, kötési energia. A gyenge kölcsönhatás. Magsugárzások. Maghasadás és atommag-fúzió.

#### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Budó Á., Pócza J.: Kísérleti fizika I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest 2000.

Budó Á., Mátrai T.: Kísérleti fizika III., Tankönyvkiadó, Budapest 1970.

M. Alonso, E. J. Finn: Fundamental University Physics Vol. II-III., Addison Wesley, Reading Massachusetts, 1980

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE92AM40 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Mér, Op)<br>kötelezően vál. |

## Funkcionálanalízis 1

### Előkövetelmény: Analízis 2

#### Tematika:

Lineáris terek: lineáris leképezések, algebrai duális, lineáris leképezések mátrixa. Lineáris terek tenzorszorzata: szimmetrikus és antiszimmetrikus tenzorszorzat, bázisok, determináns. Normált terek: példák, Hölder és Minkowski-egyenlőtlenségek, lineáris leképezések folytonossága és korlátossága, operátor normája. Banach-terek: abszolút konvergencia sorok konver-

genciája és átrendezhetősége, az exponenciális függvény, Neumann-sor. Nevezetes tételek Banach-terekben: nyílt leképezés tétele, egyenletes korlátosság tétele, alkalmazás Fourier-sorokra. Duális tér: elpé terek duálisa, Hahn–Banach-tétel, a folytonos függvények terének duálisa. Hilbert-tér: bázis szerinti kifejtés, Riesz lemma, projekció tétel, Riesz-féle reprezentációs tétel. Speciális függvények: Hermite-, és Legendre-polinomok, sorfejtések. Hilbert-terek és lineáris operátorok tenzorszorzata: az algebrai tenzorszorzat és Hilbert-terek tenzorszorzata közötti különbség,  $L_2$ -terek tenzorszorzata, elemi tenzor normája. Az adjungált: korlátos operátor adjungáltja, önadjungált operátorok, unitér operátorok és projekciók, példák. Topológiák: gyenge topológia a Hilbert-téren, operátorok ponkénti és pontonkénti gyenge konvergenciája, önadjungált operátorok monoton sorozata, unitérek topologikus csoportja. Korlátos operátor spektruma: a spektrum osztályozása, spektrál sugár, rezolvens, spektrum nem üres zárt halmaz állítás bizonyítása. Kompakt operátorok: a kompakt operátorok ideálja, Hilbert-Schmidt-féle integráloperátor, Green-függvény, Riesz-Schauder tétel. A Fourier-transzformáció: az  $L_1$ -téren, kiterjesztés az  $L_2$ -tér unitér operátorává, spektruma, a Fourier-transzformált differenciálhatósága, a Schwartz-tér és topológiája, duálisa, disztribúciók. Nemkorlátos operátorok: az adjungált és szimmetrikus operátorok, a Laplace-operátor, példák. A spektráltétel. Egy-paraméteres unitér csoportok.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Petz Dénes: Lineáris analízis (Akadémiai Kiadó, 2004)

Reed, Simon: Functional Analysis

Kolmogorov, Fomin: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM40 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## **Halmazelmélet**

#### **Előkövetelmény: A matematika alapjai**

#### **Tematika:**

Halmazok ekvivalenciája. Halmaz és hatványhalmaza nem ekvivalens. Számosság naiv definíciója és a definíció ellentmondásossága. A ZFC axióma rendszer. Új operációk és relációk bevezetése. Rendezett pár, függvény, reláció, direkt szorzat fogalma. Rendezett halmaz, jólrendezés, kezdőszelet fogalma. Rendszámok és alaptulajdonságaik. A rendszámok valódi osztályt alkotnak. Rákövetkező és limesz rendszámok. Transzfinit indukció és rekurzió. A kiválasztási axióma ekvivalensei. Számosság operációk, számosságok rendezése, a számosság aritmetika alap tétele. Kofinalitás operáció. Néhány nevezetes ZFC-től független állítás. ZFC eldönthetlensége. A halmazelmélet modelljeiről.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet, Tankönyvkiadó, 1983.



| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE91AM45 | 0       | 0         | 2     | félévközi jegy | 2      | kötelező (Adat,Szt)<br>kötelezően vál. |

## Informatika 4

### Előkövetelmény: Informatika 3

#### Tematika:

A tárgy célja a JAVA nyelv megismerése és használatának gyakorlása.

Nyelvi blokk: Java programozási nyelv alapjai, vezérlési szerkezetek, adattípusok, tömbök, fordítás és futtatás parancssorból. Objektum-orientált programozás a JAVA-ban: osztályok, objektumok, ezek viszonya, fordítás és futtatás egy fejlesztői környezetből. Öröklődés, absztrakt osztályok. Interfészek, polimorfizmus.

Alkalmazások: Komolyabb ismerkedés egy fejlesztői környezettel, refaktorálás, átlátható, tiszta kód írása. Csomagok kezelése, Java I/O, szerializáció, kivételkezelés. Külső adatbázis kezelése Javából, sql adatbázisra való csatlakozás, letöltött csomagok használata. 2D-s grafika Javában. Események kezelése, animáció.

Kitekintés: Nagyobb méretű szoftver fejlesztése, test-driven developement, JUnit teszt. Verziókövető rendszer használata.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMEVISZA026 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Kombinatorika és gráfelmélet 2

### Előkövetelmény: Kombinatorika és gráfelmélet 2

#### Tematika:

Geometriai és absztrakt dualitás, gyenge izomorfia (2-izomorfia), Whitney tételei. Pont- és élszínezési alapfogalmak, Mycielsky-konstrukció, Brooks-tétel. Ötszín-tétel. Vizing-tétel, élszínezés kapcsolata teljes párosításokkal, Petersen-tétel. Listaszínezés, Galvin-tétel. Perfekt gráfok, intervallumgráfok, Perfekt gráf tétel. Ramsey-tétel, Erdős-Szekeres-tétel, Erdős-féle alsó becslés, valószínűség-számítási módszer. Turán-tétel, Erdős-Stone-tétel, Erdős-Simonovits-tétel. Hipergráfok, Erdős-Ko-Rado-tétel, Sperner-tétel, LYM-egyenlőtlenség. De Bruijn-Erdős-tétel, véges síkok, konstrukciójuk véges testből, differencia-halmazokból. Generátorfüggvények, Fibonacci-számok, Catalan-számok. Részben rendezett halmazok, Dilworth-tétel.

#### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány elemei, Typotex, 2002

Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelmélet példatár, Typotex, 2006.

Fleiner Tamás: A számítástudomány alapjai,

<http://www.cs.bme.hu/~fleiner/jegyzet/NESZ.pdf>.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM52 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Matematikai logika

**Előkövetelmény: A matematika alapjai**

**Tematika:**

Az elsőrendű logika nyelve és kitekintés a magasabb rendű nyelvekre. Struktúra fogalom, igazságértékelés, igazsághalmazok és tulajdonságaik. Formalizálás fogalma. Logikai következmény fogalma és összevetése az implikációval. Egyszerű tételek: Dedukció tétel, a következmény jellemzése az ellentmondásosság fogalmával. Normálformák: konjunktív, prenex, Skolem. Kompaktsági tétel és alkalmazásai. A bizonyításelméletről, levezetési és cáfolati rendszerek. Analitikus fák, a kalkulus és szemantikai háttere. A teljességi tétel és jelentősége. Logikai tulajdonságok szemantikai és bizonyításelméleti definícióinak összehasonlítása. A modell módszerről. Löwenheim–Skolem típusú tételek. Néhány modell konstrukció. Standard és nem-standard modellek, valós számok, természetes számok, az infinitezimális fogalma. Kategoricitás, komplettség fogalma, egyszerű tételek. Diszkrét és sűrű rendezések. Az elsőrendű logika korlátjairól: inkomplettség, eldönthetetlenség, Gödel és Church eredményeiről. Az állításlogika és a Boole algebrák kapcsolatáról.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Ferenczi Miklós: Matematikai logika, Műszaki Kiadó, 2014.

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE95AM12 | 0       | 2         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelező   |

## Matematikai modellalkotás szeminárium

**Előkövetelmény: Kalkulus 2 ÉS Algebra 1**

**Tematika:**

Külső és belső előadók megismertetnek a matematikai modellalkotásnak, a matematika különféle típusú alkalmazásainak példáival, esettanulmányokkal, konkrét esetek bemutatásától elvi jelentőségű taglalásáig.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE92AM42 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Elm,Szt)<br>kötelezően vál. |

## Mértékelmélet

**Előkövetelmény: Analízis 2**

**Tematika:**

Ismétlés: szigma-algebra, külső mérték, mérték. Előjeles mérték, Hahn-felbontás. Radon-mérték, approximációs tétel. Lebesgue–Stieltjes-mérték. Mérhető függvények. Mértékben

való konvergencia. Jegorov és Luzin tételei. Mérték szerinti integrálás. Az integrál abszolút folytonossága. Függvénysorozat integrálása általános mértéktérben: Beppo–Levi, Fatou és Lebesgue tételei. Mértékterek szorzata, Fubini-tétel.  $L^p$  terek mértéktérben. Abszolút folytonos és szinguláris mértékek, Radon–Nikodym-derivált, Lebesgue felbontási tétele. Abszolút folytonos függvény, Newton–Leibniz-formula. Teljes változás. Korlátos változású függvény, felbontása abszolút folytonos és szinguláris részre..

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

Terence Tao: An introduction to measure theory,

<http://terrytao.files.wordpress.com/2011/01/measure-book1.pdf>.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMEGT30A0?? | 3       | 0         | 0     | félévközi jegy | 4      | kötelező   |

## **Mikro- és makroökonómia**

#### **Tematika:**

A piac. A költségvetési korlát. A preferenciák. Hasznosság. Választás. A kereslet. A kinyilvánított preferencia. A Slutsky-egyenlet. Vétel és eladás. A munka kínálata. Intertemporalis választások. Az aktívák piacai. Bizonytalanság. Kockázat. A fogyasztói többlet. A piaci kereslet. Az egyensúly. Technológia. Profitmaximalizálás. Költségminimalizálás. Költséggörbék. Vállalati kínálat. Iparági kínálat. Piacok. Monopólium. Oligopólium. Játékelmélet. Csere. Termelés. Jólét. Külső gazdasági hatások. Közjavak.

A nemzetgazdasági teljesítmény mérése. A makroökonómia legfontosabb mutatószámai: Brutto Hazai Termék (GDP); Brutto Nemzeti Termék (GNP); nominál és reál GDP; a GDP deflátor. A megélhetési költségek mérése: a fogyasztói árindex (CPI); a CPI és a GDP deflátor. A nemzeti jövedelem (NI): termelése, elosztása, felhasználása. A gazdasági növekedés fogalma és fő tényezői. A munkanélküliség fajtái, szerkezete és következményei. A termelési tényezők nemzetközi áramlása. Globalizáció és regionális integráció. A gazdasági ingadozások elmélete: aggregált kereslet és aggregált kínálat. Az ingadozások magyarázata az IS-LM modellel. Az árupiac és a IS görbe. A pénzpiac és az LM görbe. A keynesi kereszt. Aggregált kereslet és kínálat a nyitott gazdaságban: a Mundell–Fleming-modell. Az infláció, munkanélküliség és a Philips-görbe. A gazdasági ingadozások legújabb elméletei. A makroökonómia mikroökonómiai háttere.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Kerékgyártó György: Mikroökonómia. Műegyetemi Kiadó 2003

Kerékgyártó György: Makroökonómia. Műegyetemi Kiadó 2004

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus                           |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|--------------------------------------|
| BMETE92AM43 | 2       | 2         | 2     | félévközi jegy | 6      | kötelező (Mér,Op)<br>kötelezően vál. |

## **Numerikus analízis**

**Előkövetelmény: Analízis 1 ÉS Kalkulus 2 ÉS Bevezetés az algebrába 2**

**Tematika:**

Modellalkotás. Vektor- és mátrixnormák. Banach-féle fixponttétel. A norma és a sajátértékek kapcsolata. Nevezetes mátrixtípusok áttekintése. Feladatok kondíciószáma. A gépi számábrázolás tulajdonságai. Egyenletrendszerek érzékenysége. Mátrixok kondíciószáma. Gauss-módszer és tulajdonságai. LU-felbontás. Részleges és teljes főelemkiválasztás. Általános LU-felbontás. Cholesky-felbontás. Determináns és mátrix inverz számolási eljárások. Lineáris egyenletrendszerek iterációs megoldása. Relaxációs módszerek. Variációs típusú módszerek: gradiens és konjugált gradiens módszer, prekondicionált konjugált gradiens módszer. QR-felbontás előállítása Householder-tükrözésekkel vagy Givens-forgatásokkal. Túlhatározott rendszerek megoldása normálegyenlettel és QR-felbontással. Legkisebb négyzetek értelemben legjobb közelítések. Sajátértékfeladatok kondicionáltsága. Hatványmódszer. Rayleigh-hányados. Inverz iterációk. QR-iteráció és Jacobi-iteráció. Nemlineáris egyenletek megoldása. Konvergenciasebesség. Intervallumfelezési, húr- és szelő-módszerek. Newton-módszer. Fixpont iterációk. Aitken-gyorsítás. Nemlineáris egyenletrendszerek megoldása. Polinominterpoláció Lagrange módszerével. Hibabecslés. Interpoláció Csebisev-alappontokon. Az interpolációs polinom Newton-féle előállítása, osztott differenciák. Hermite-interpoláció. Spline-interpoláció. Interpoláció trigonometrikus polinomokkal. Diszk-rét Fourier-transzformáció. Gyors Fourier-transzformáció. Numerikus deriválás. Numerikus integrálás bevezetése: kvadrátúraformula, pontossági és konvergenciarend, Newton–Cotes-formulák. Összetett kvadrátúraformulák, Romberg-algoritmus. Gauss-kvadrátúra. Kezdetiérték-feladatok megoldása. Konvergencia, stabilitás, konzisztencia. Explicit-Euler-, Implicit-Euler- és Crank–Nicolson-módszer. Runge–Kutta-módszerek. Prediktor-korrektor módszerek. Lineáris többlépéses módszerek. Peremértékfeladatok megoldása belövással ill. véges differenciákkal.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Faragó I., Horváth R., Numerikus módszerek, BME Tankönyvtár, elektronikus jegyzet, 2013, <http://tankonyvtar.ttk.bme.hu>

Faragó I., Fekete I., Horváth R., Numerikus módszerek példatár, BME Tankönyvtár, elektronikus jegyzet, 2013.

Stoyan Gisbert, Matlab: Numerikus módszerek, grafika, statisztika, eszköztárak, Typotex 2008.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE93AM16 | 2       | 0         | 2     | félévközi jegy | 4      | kötelező (Mérn, Op)<br>kötelezően vál. |

**Optimalizálási modellek****Előkövetelmény: Kalkulus 2 ÉS Informatika 1 ÉS Operációkutatás****Tematika:**

Bevezetés a matematikai modellezésbe, matematikai programozási feladatok, ezek osztályozása. Modellátírások: összetett szállítási feladat átírása egyszerű szállítási feladatra, szállítási, ill. maximális folyam feladat átírása Minimális költségű hálózati folyamfeladatra. Gazdasági feladatok modellezése. Egészértékű modellezési trükkök, halmazfedési, halmazbontási feladatok. Vállalat elhelyezési feladatok modellezése. Numerikus hibalehetőségek. Dinamikus programozás. Ütemezési feladatok, heurisztikák, közelítések, online változatok. Döntésemélet. Készletezési feladatok.

Matematikai programozási feladatok leírásának szabályai, főbb lépései. A számítógépes megoldás lehetőségei. Modell leírási technikák gyakorlása, fájlformátumokról, modellezési nyelvekről általában. Solverek. Az AMPL modellező nyelv. Bevezetés az EXCEL optimalizálási csomagjának és a CPLEX illetve XPRESS optimalizálási programcsomagok használatába. A megoldási algoritmusok sajátosságai, kiválasztásuk. Az algoritmusok paramétereinek beállításai. A megoldás értelmezése. A Neos server használatának ismertetése. Általános és speciális lineáris programozási, egészértékű, nem lineáris és sztochasztikus modellek és megoldásaik.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

<http://www-neos.mcs.anl.gov/neos/>

G.-Tóth Boglárka: Optimalizálási Rendszerek és Matematikai Modellezés példákon keresztül. Elektronikus jegyzet 2012

Wayne L. Winston: Operációkutatás, módszerek és alkalmazások 1-2. kötet, Aula Kiadó, Budapest, 2003.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE90AM45 | 0       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Önálló kutatási feladat 1

**Tematika:**

A hallgató a félév folyamán egy választott vezető oktató (tutor) szakmai felügyelete mellett egy cikket vagy könyvfejezetet dolgoz fel önállóan a modern matematika köréből. A foglalkozás célja az, hogy a hallgatók elsajátítsák az önálló kutatás elemi szabályait, technikáit: idegen nyelvű szakszöveg pontos értése, könyvtár és internet használat, stb.

A félév végére a hallgató néhány oldalas írott összefoglalást készít a feldolgozott anyagból angol nyelven, amit rövid szemináriumi előadásban ismertet.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE95AM34 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Sztoch.)<br>kötelezően vál. |

## Sztochasztikus folyamatok

**Előkövetelmény: Valószínűségszámítás 1**

**Tematika:**

Alapfogalmak: sztochasztikus folyamat, peremeloszlások, Kolmogorov-alaptétel, stacionárius, stacionárius növekményű, független növekményű folyamatok, Brown-mozgás, Poisson-folyamat.

Véges Markov-láncok: átmenet valószínűségek, sztochasztikus mátrixok lineáris algebrája, félcsoport tulajdonság, hatás előre függvényeken, hatás hátra mértékeken, állapotok osztályozása, irreducibilitás, periódus, P spektruma, konvergencia egyensúlyhoz, spektrális rés becslése (Doebelin)

Megszámlálható Markov-láncok: pozitív és null-rekurrencia, tranziencia, bolyongások  $Z^d$ -n: Pólya-tétel, születési-halálzási folyamatok, sorbanállási problémák, elágazó folyamatok

1-dimenziós bolyongás: tükrözési elv és következményei, tranziencia nem-szimmetrikus esetben, gambler's ruin, differenciaegyenletek.

Felújítási folyamatok: felújítási egyenlet, Laplace-transzformáció alkalmazásai, felújítási paradoxon

Folytonos idejű Markov-láncok: fenomenologikus leírás, ugrási ráták, független exponenciális órák, átmenet-valószínűségek félcsoportha, Komogorov–Chapman-egyenlet, a félcsoportha mátrix-analízise, infinitezimális generátor, folytonos idejű Markov-láncok megszámlálható állapottéren

Mértékelméleti kiegészítések: filtrációk, sztochasztikus folyamat természetes filtrációja, feltételes várhatóérték,

Martingálok: filtráció, adaptált folyamat, szub-/szuper-/martingál, megállási idők, opcionális megállási tétel (Doob), diszkrét sztochasztikus integrálás, martingál konvergencia tétel (Doob), maximális egyenlőtlenség (Doob), Höfdding–Azuma-egyenlőtlenség, iterált logaritmus tétel

Brown-mozgás, Wiener folyamat: fenomenologikus leírás, alaptulajdonságok, Wiener-féle konstrukció vázlatá, Paul–Lévy- és Ciesielski–de Feriet-féle konstrukció, skála, önhasonlóság, iterált logaritmus tétel, időinverzió, nem-differenciálhatóság, kapcsolat a hőegyenlettel.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Essentials of Stochastic Processes (2nd edition, Springer 2012)

Richard Durrett: Probability Theory with Examples. (4th edition, Cambridge U. Press, 2010)

Rényi Alfréd: Valószínűségrszámítás. Tankönyvkiadó 1972

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE94AM21 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelező (Elméleti)<br>kötelezően vál. |

## **Topológia és differenciálható sokaságok**

**Előkövetelmény: Analízis2 ÉS Differenciálgeometria 1 ÉS Algebra 1**

#### **Tematika:**

Uriszon-lemma, parakompakt terek. Egységesztás létezése. Utak homotópiája, fundamentális csoport. A kör fundamentális csoportja, alkalmazások (az algebra alaptétele, Brouwer-féle fixponttétel, Borsuk–Ulam-tétel). A Seifert–van Kampen-tétel, alkalmazások (gömbök fundamentális csoportja). Fedőleképezések, univerzális fedőtér, utak és homotópiák felemelése. Fedések Galois-elmélete. Topológikus és differenciálható sokaságok. Peremes sokaságok, részsokaságok, immerzió, szubmerzió. Konstrukciók sokaságokra: szorzat, hányados, összefüggő összeg. Irányítható sokaságok, irányítás, Riemann-felület. Görbék és felületek osztályozása. Konform struktúrák irányított felületeken, a Teichmüller-tér.

#### **Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Allen Hatcher: Algebraic topology. Cambridge University Press, 2002

Berger, Marcel; Gostiaux, Bernard: Differential geometry – manifolds, curves, and surfaces. Graduate Texts in Math.

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM50 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Véletlen algoritmusok

**Előkövetelmény: Algoritmuselemzés**

**Tematika:**

A tárgy célja, hogy a hallgatóink képesek legyenek randomizált algoritmusok tervezésére, és elemzésére. Alapelv: minden egyes témához sok konkrét alkalmazást mutatunk be, hangsúlyt helyezünk a szemléletre.

Létezés és véletlen. Véletlent használó egzisztenciabizonyítások (az ún. Erdős-módszer) nevezetes példákon keresztül (hipergráf 2-színezése, Ramsey-gráfok, stb.), ezek algoritmikus vonatkozásai. A Turán-tétel véletlent használó bizonyítása. Derandomizálás.

Néhány nevezetes randomizált algoritmus elemzése. A gyorsrendezés várható lépésszáma. A Rabin–Miller-prímteszt elemzése. A Schwartz–Zippel-lemma és közvetlen alkalmazásai (Tutte-determináns, mátrixszorzás ellenőrzése). Randomizált mintaillesztés. Minimális feszítőfa számítása lineáris várható időben. Bolyongások és algoritmusok. Lovász lokális lemmája. A módszer ismertetése, néhány egyszerű alkalmazása, a módszer algoritmikus változata. Véletlen és bonyolultsági osztályok. Az RP és a Las Vegas nyelvosztályok, példák. Az IP nyelvosztály: nem izomorf gráfok,  $IP=PSPACE$  lényeges részének a bizonyítása. Nulla ismeretű bizonyítás fogalma, példák. A BPP nyelvosztály, a BPP és a P viszonyával foglalkozó néhány eredmény vázlatos ismertetése. Az RL nyelvosztály. Véletlen gráfok Erdős–Rényi-gráfok, néhány gráftulajdonság (pl. összefüggőség) evolúciója. Barabási-Albert-gráfok, alkalmazásuk (számítógépes-, szociális-, biológiai-) hálózatok modellezésére.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Rónyai Lajos: Véletlen algoritmusok (online jegyzet)

## 6. SZEMESZTER

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE95AM35 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Alkalmazott sztochasztika

**Előkövetelmény: Sztochasztikus folyamatok**

**Tematika:**

Felújításelmélet: felújítási paradoxon, felújítási tétel, centrális határeloszlás-tétel, eltelt és hátra lévő várakozási időre vonatkozó tételek.

Sorbanállási modellek: M/G/1 és G/M/1 sorok: stacionárius mérték, várakozási idő, speciális esetek, M/G/1 sorok mint Markov-regeneratív folyamatok. Phase type eloszlások (ML elnyelési idő), phase type felújítási folyamatok, Markov érkezési folyamatok (és ezek nem markovi kiterjesztései, mátrixexponenciális eloszlás, racionális érkezési folyamatok). Kvázi születési-halálozási folyamatok (kvadratikusan mátrixegyenlet-megoldó eljárások), M/G/1 és G/M/1 típusú sorok. Folytonos sorbanállási modellek és ezeket leíró parciális differenciálegyenletek.

Nagyeltérés-tételek alkalmazásai: Azuma–Höfdding-egyenlőtlenség, Csernov-korlát alkalmazásai.

Statisztikus fizika: Egyensúlyi statisztikus fizikai bevezető: véges egyensúlyi rendszerek kanonikus eloszlása és termodinamikai függvényei (hőmérséklet, nyomás, entrópia, szabad energia). Statisztikus fizikai modellek kapcsolata nagyeltérés-tételekkel, Curie–Weiss-modell és Ising-modell, fázisátmenet (állítás megfogalmazása).

Hálózatok elmélete: Erdős-Rényi véletlengráf-modell fázisátmenete. Növekvő gráfok (preferential attachment model), konfigurációs modell, perkoláció.

Pénzügyi alkalmazások: Gauss-féle copula korrelált pénzügyi termékek csődmodellezésére. Amerikai opciók hatékony árazása a legkisebb négyzetek módszerén alapuló Monte Carlo-algoritmussal.

Statisztika: Genetikai statisztika: Mendel törvényei, populációdinamika, szaporodás, populációstruktúra, mutációk. Összeolvadási folyamatok, Wright–Fisher-modell.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                           |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|--------------------------------------|
| BMETE93AM17 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Opkut.)<br>kötelezően vál. |

## Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba

**Előkövetelmény: Valószínűségszámítás 1 ÉS [Mikro- és makroökonómia]**

### Tematika:

A közgazdaságtan a társadalom gazdasági folyamatait elemzi. Egy bevezetésben célszerű a részletek mellőzésével az egész közgazdaságtant áttekinteni. A közgazdaságtan magva a mikroökonómia, amely a fogyasztók és a vállalatok döntéseit adott gazdasági keretek mellett vizsgálja. Bemutatja, hogy a profitmaximalizáló vállalatok és a hasznosságmaximalizáló egyének összjátékából hogyan alakul ki a piaci egyensúly, amely bizonyos értelemben optimális. Vannak olyan gazdasági kérdések, (például a gazdasági növekedés, az infláció vagy a munkanélküliség), amelyeket nem lehet egyszerűen mikroökonómiai alapon levezetni. Ezek vizsgálatával a makroökonómia foglalkozik. A hagyományos közgazdaságtan elsősorban a tökéletes verseny, vagy a tökéletes monopólium esetét vizsgálja, vannak azonban fontos köztes esetek, amikor egynél több szereplő hat egymásra, de olyan kevesen vannak, hogy nem lehet elhanyagolni egymásra hatásukat: játékelmélet. A gazdasági szereplők tényleges viselkedését matematikai statisztika eszközeivel is vizsgálhatjuk: ökonometria. Bár a közgazdaságtan alapmodelljei általában statikusak, egyre inkább előtérbe kerülnek a dinamikus elemzések is (pl. a már említett gazdasági növekedés mellett a ciklusoké).

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Varian, H., Mikroökonómia középfolon, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 2001.  
Hall, R. és Taylor, J., Makroökonómia, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1997.



| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                             |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|----------------------------------------|
| BMETE95AM37 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelező (Adattud.)<br>kötelezően vál. |

## Bevezetés az adattudományba 2

**Előkövetelmény: Bevezetés az adattudományba 1 ÉS Adatbáziskezelés**

### Tematika:

A tárgy célja az adattudomány alapjai tárgyban elsajátított ismeretek kiterjesztése, különösen az algoritmusok skálázhatósága és párhuzamosíthatósága, illetve az ott nem érintett adatbányászati módszerek megismerése, nagy méretű adathalmazok kezelése.

Skálázhatóság. Grid-computing. Cloud. Online gépi tanulás. Inkrementális gépi tanulás. Nagyméretű adathalmazok kezelése, Elosztott adatbázisok, Hadoop, MapReduce. MapReduce algoritmusai, bonyolultságelmélete. Hasonlóság, távolság. Alkalmazások: Reklámozás a Weben, ajánlórendszerek. A Python és R mellett egyéb széles körben használt szoftver megismerése, alkalmazása. Valós esettanulmányok meghívott előadókkal.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM53 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Bioinformatika

**Előkövetelmény: Algoritmuselmélet ÉS Statisztika 1**

### Tematika:

Dinamikus programozás Szekvenciaillesztés lineáris és tetszőleges részbüntetéssel. Gotoh algoritmusai affin és konkáv részbüntetésekre. Lokális szekvenciaillesztés. Hirschberg-algoritmus. A többszörös szekvenciaillesztési feladat, stratégiák, sum-of-pairs értékelés és annak NP-nehéz volta. A legtakarékosabb fa problémája, multiway cut fákra, a Russell-Sankoff-algoritmus. Nussinov algoritmus maximális párosodásra álcsoport-mentes RNS térszerkezetekben. Transzformációs nyelvtanok Chomsky-hierarchiája. Sztochasztikus reguláris nyelvtanok. Viterbi, Forward és Backward algoritmusok. Expectation Maximization. Az EM iterációban a likelihood monoton növekszik. A tropikus félgűrű. A Viterbi algoritmus a Forward algoritmus tropikalizációja. A Chomsky Normal Form. Minden sztochasztikus környezetfüggetlen nyelvtan valószínűségtartóan átírható CNF-be. A CYK, Inside és Outside algoritmusok, Expectation Maximization. Algebrai dinamikus programozás, yield grammar, evaluation grammar, hatékony implementáció objektumorientált programozási nyelvekben. Alkalmazások CpG szigetek keresése genomokban. Génkeresés. Fehérjék másodlagos térszerkezetének predikciója. A Knudsen-Hein-nyelvtan, RNS-ek térszerkezetének predikciója. Genomátrendezés. A dupla vágás és kötés model. A Hannenhalli-Pevzner-elmélet: előjeles permutációk legtakarékosabb rendezései reverziókkal. Hierarchikus klaszterezés, evolúciós fa építés Ultrametrika, hierarchikus klaszterezés, UPGMA. Additív metrika, Neighbor Joining algoritmus. Karakter alapú faépítés, a nagy parszimónia probléma NP-nehéz. Adott fokszámsorozatot realizáló egyszerű, páros, irányított gráfok. Havel-Hakimi algoritmus. Bevezetés a Markov-lánc Monte Carlo módszerekbe: a Metropolis-Hastings-algoritmus. Gibbs sampling. Parallel Tempering, Simulated Annealing. Példák alkalmazásokra. Tételek Markov-

lancok konvergenciasebességére. A mintavételezések bonyolultságelméleti alapjai: bonyolultsági osztályok. Híres nehéz approximálható problémák.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM41 | 4       | 0         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Csoportok és gyűrűk

**Előkövetelmény: Algebra 2**

### Tematika:

Az alternáló csoportok egyszerűsége. Tranzitív csoporthatások, stabilizátor, orbit. Csoport reprezentációja egy részecssoport mellékosztályain. Alkalmazások. Cauchy–Frobenius–Burnside-lemma. Primitív csoporthatás definíciója és jellemzései. Prímfokú permutációcsoportok. Többszörös tranzitivitás. Kommutátor részecssoport, kommutátorlanc, feloldható csoportok. A feloldhatóság öröklőd. Véges feloldható csoport minimális normálosztója. Nevezetes tételek: Hall-tételek, Feit–Thomson-tétel, Burnside-tétel. A  $[H,K]$  kölcsönös kommutátor tulajdonságai. Leszálló és felszálló centrállanc. Nilpotens csoportok. A nilpotencia öröklődése. A nilpotencia ekvivalens feltételei.

Baloldali  $R$ -modulus, ideál, főideál, euklideszi gyűrű. Modulushomomorfizmus, részmodulus, faktormodulus, modulusok direkt szorzata és direkt összege. Végesen generált modulus. Szabad modulus, rangja. Főideálgyűrű feletti végesen generált szabad modulusok. Euklideszi gyűrű feletti mátrix Smith-normálalakja (elemi osztók tétele). Kínai maradéktétel. Féligegyszerű gyűrű. Jacobson-radikál. Jordan–Hölder-tétel. Teljesen reducibilis modulus, ekvivalensei.  $J(A)$  ekvivalensei. Wedderburn–Artin-féle struktúratétel. Algebrák, csoportalgebra, Frobenius-tétel. Lie-algebra fogalma, példák.

Csoportok reprezentációja csoportomorfizmusként és modulusként, reprezentációk hasonlósága. Irreducibilis modulus, Maschke-tétel. Schur-lemma. Komplex karakter, irreducibilis karakter, osztályfüggvény.  $\text{Irr}(G)$  bázis az osztályfüggvények terében. Reguláris modulus, reguláris reprezentáció, reguláris karakter. Centrálisan primitív idempotens kifejezése a csoportalgebrában. Ortogonalitási relációk.  $\text{Irr}(G)$  ONB. Karaktertábla. Karakter magja, centruma.  $G'$  a lineáris karakterek magjai metszete.  $Z(\chi)$  jellemzése. Algebrai egészek összege stb is egész. Centrális karakter.  $\omega(C+)$  algebrai egész. Burnside tétele. Lie-algebrák reprezentációi, féligegyszerű Lie-algebrák,  $\text{sl}(2,F)$ .

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

P. J. Cameron: Introduction to algebra, Oxford Science Publications, 2004

J. J. Rotman: An Introduction to the theory of groups, GTM 148, Springer, 1994

I. M. Issacs: Character theory of finite groups, Dover, 1994

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE94AM20 | 3       | 1         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Differenciálgeometria 2

**Előkövetelmény: Differenciálgeometria 1**

**Tematika:**

Differenciálható sokaság pontbeli érintőtere és érintőnyalábja, vektormező integrálgörbéje. Vektornyalábok, algebrai konstrukciók (direkt összeg, tenzor, duális, homomorfizmus). Differenciál-formák, visszahúzás, külső szorzat, külső derivált. Integrálás kompakt irányított sokaságokon, Stokes-tétel.

Lie-deriválás, Lie-Cartan képlet. Riemann-féle metrika, példák. Geodetikusok, exponenciális leképezés. Lie-csoportok és –algebrák. A Hopf-Rinow tétel és következményei. Konnexió vektornyalábokon, párhuzamos eltolás, integrálhatóság. A Levi-Civita konnexió és a Riemann-féle görbületi tenzor. A Riemann-féle görbületi tenzor tulajdonságai, Ricci-görbület. Az ívhossz első és második változása, Jacobi-mezők.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Petersen, Peter: Riemannian geometry. Graduate Texts in Mathematics. 171. Springer.

Gallot, Sylvestre; Hulin, Dominique; Lafontaine, Jacques: Riemannian geometry.

Universitext. Berlin. Springer

Berger, Marcel; Gostiaux, Bernard: Differential geometry – manifolds, curves, and surfaces.

Graduate Texts in Mathematics

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE93AM08 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Dinamikai modellek a biológiában

**Előkövetelmény: Differenciálegyenletek 1 ÉS Kalkulus 2**

**Tematika:**

Populációdinamika. Diszkrét idejű modellek, diszkrét generációk, Leslie-mátrix, korstruktúra. Folytonos idejű modellek. Kétdimenziós modellek. Rosenzweig–MacArthur grafikus kritérium. Táplálékláncok. Kompetitív és kooperatív rendszerek. n-dimenziós Lotka–Volterra- és Kolmogorov-rendszerek, osztályozás. Ökológiai nichek átfedése, a versengő kizárás elve. r-stratégia és K-stratégia versenye. Korstruktúrával rendelkező populációk. Térben elhelyezkedő ökológiai rendszerek dinamikája, migráció. Mintázatképződés és populációs hullámok. A stabilitás és komplexitás viszonya ökológiai rendszerekben. Járványterjedés. SIR modellek és ezek gyakorlati alkalmazásai, a járványküszöb meghatározása.

Járvány terjedése térben, haladó hullám a járványmentes térben. A populációmentes védőszáv becslése. Nemi úton terjedő betegségek. Pároképződés modellezése, a "házasodási függvény". Nemi betegségek terjedése több csoportra osztható populációban. Kortól függő járványterjedési modellek. Evolúcióelmélet és populációgenetika. A szelekció, a rekombináció és a mutáció modellezése. A Fisher-egyenlet, a természetes kiválasztás alaptétele. A Kimura-féle maximumelv, Shahshahani-metrika. Epistasis. A hiperciklus, a DNS és az RNS autokatalízisének kialakulása. Játékelméleti modellek, az ivaros szaporodás kialakulása, altruizmus.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Farkas M.: Dynamical models in biology. Academic Press, 2001.

Svirezhev, Logofet: Stability of biological communities. MIR, 1983.

Murray: Mathematical biology. Springer-Verlag, 1989.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE92AM41 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Funkcionálanalízis 2

**Előkövetelmény: Funkcionálanalízis 1**

**Tematika:**

Hahn–Banach-tétel és alkalmazásai. Nyílt leképezések és zárt gráfok. Normált lineáris terek és duálisaik, a duális alkalmazásai. Gyenge konvergencia. Lokálisan konvex terek. Gyenge és gyenge\*-topológia és alkalmazásai. Banach-terek lineáris operátorai. Banach-algebrák. Banach-terek operátorainak spektráltétele.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

J. B. Conway: A Course in Functional Analysis

P. D. Lax: Functional Analysis

Kérchy László: Valós- és funkcionálanalízis.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE94AM23 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Geometriai adatfeldolgozás

**Előkövetelmény: Differenciálgeometria 1 ÉS Informatika 1**

**Tematika:**

3-dimenziós adatrendszerek matematikai leírása: Poliédereket leíró diszkrét adatrendszerek, felületi adatrendszerek (boundary representation), élre, ill. lapra irányuló struktúrák, two-manifold felületek. Testmodellek leírása CSG-fával (primitívekből vagy octree térfelosztással), ezeken Boole-műveletek kiszámítása és a dinamikus modellek reprezentálása. Felületek leírására szolgáló analitikus adatrendszerek, algebrai felületek, analitikus CSG-model. Spline-technika: sima görbeívek leírása harmadfokú polinom-függvényekkel, az Hermite- és a Bézier-görbeív tulajdonságai, paraméter-transzformáció hatása, görbeívek illesztése, felület-foltok leírása és illesztése, B-splineok bevezetése. Subdivision, level-set módszerek. Offset és blending felületek leírása.

Megjelenítés: Affin leképezések leírása homogén koordinátákkal. Párhuzamos vetítés és a vetületek kiszámítása. Ferde és ortogonális axonometria. Centrális leképezés és mátrixa homogén koordinátákkal, sztereotechnika. Képernyő kezelése. Grafikus alapszoftverek.

Láthatósági algoritmusok: modellre irányuló (model-space) hidden-line, painting, scan-line algoritmus, képernyőre irányuló (image-space) z-buffer, ray-tracing algoritmus, CSG-fával reprezentált modellek megjelenítése. A megvilágítás fizikai modellje (rendering), árnyékolás, színelméleti alapok, textúra, mozgás és kamerázás.

Nem strukturált adatok kezelése (adatfelhők): Háromszögelési módszerek, háromszöghálók generálása. Interpolációs feladatok. Konvex burok szerkesztése, tartalmazási és ütközési problémák. Távolsági és szomszédsági problémák. Mérési adatok feldolgozása, attribútumok szerinti keresés, rendezés és megjelenítés.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Szirmay-Kalos László: Számítógépes grafika, ComputerBooks, 1999.

Foley, van Dam, Feiner, Hughes: Computer Graphics principles and practice,  
Addison-Wesley, 1990.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMEVISZA028 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Gráfok és algoritmusok

**Előkövetelmény: Kombinatorika 1**

**Tematika:**

Algoritmikus bizonyítások: mohó technikák, javító utak, helyi javítások, elemi konstrukciók. Stabil párosítások, Gale–Shapley-algoritmus, stabil párosítások hálótulajdonsága. Alkalmazások: utak linking tulajdonsága, Galvin listaszínezési tétele, Alon–Tarsi-tétel páros síkgráfok listaszínezéséről, a Sands–Sauer–Woodrow-tétel, aciklikus digráf magvassága. Stabil párosítások nem páros gráfokon: Irving algoritmus. Stabil félpárosítások és a Scarf-lemma. Minimális vágások keresése, a Nagamochi–Ibaraki-algoritmus (maxvissza sorrend), merevkörű gráfok, szimpliciális csúcs, merevkörű gráfok listaszínezése, Karger algoritmus. Lamináris halmazrendszerek reprezentációja, minimális vágások reprezentációja, a Gomory–Hu-fa és a kaktuszreprezentáció. Tutte tétele, Tutte–Berge-formula, Edmonds–Gallai-struktúratétel, faktorkritikus gráfok. Lovász leemelési tétele,  $2k$ -élösszefüggő gráfok előállítása, Nash–Williams irányítási tétele. Áramok és folyamok, Hoffmann-tétel, algoritmus minimális költségű folyam keresésére. Az egészértékűségi lemma alkalmazásai (páros gráfok élszínezése, folyamok kerékíthetősége, Baranyai tétele)

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Frank András: Diszkrét optimalizálás  
Frank András: Gráfelmélet

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE92AM44 | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Komplex függvénytan módszerek

**Előkövetelmény: Analízis 2**

**Tematika:**

Konform leképezések. Harmonikus függvények. Analitikus folytatások. A maximum modulus elv és alkalmazásai. Phragmen–Lindelöf-tétel, Hadamard-tétel. Teljes- és meromorf függvények. Mittag–Leffler-tétel. A Gamma- és Zeta függvény.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

S. Lang, Complex Analysis  
Halász Gábor, Bevezető komplex függvénytan  
Szökefalvi-Nagy Béla, Komplex függvénytan

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                           |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|--------------------------------------|
| BMETE94AM22 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Opkut.)<br>kötelezően vál. |

## Konvex geometria

**Előkövetelmény: Geometria ÉS Bevezetés az algebrába 2**

### Tematika:

Bevezető alapfogalmak: affin és konvex halmazok, affin függőség, függetlenség, affin és konvex kombinációk, affin burok, izolációs tétel, zárt konvex halmazok előállítása zárt félterek metszeteként. Konvex burok, Radon, Carathéodory és Helly tételei, ezek alkalmazásai. Lineáris funkcionálok és kapcsolatuk a hipersíkokkal, Minkowski-összeg, konvex halmazok elválaszthatósága hipersíkkal, támaszhipersíkok, konvex test lapjai, extrémális és exponált pontok, a Krein–Milman- és a Straszewicz-tétel. Indikátorfüggvény, zárt/kompakt konvex halmazok algebrája, kiértékelések, Euler-karakterisztika és létezésének bizonyítása. Konvex politópok és poliedrikus halmazok, ezek kapcsolata, politópok lapstruktúrája, kombinatorikus ekvivalencia. Politópok f-vektora, Euler-karakterisztikájuk meghatározása, Euler tétele. Halmaz polárisa, a polaritás alaptulajdonságai, politóp polárisának tulajdonságai, duális politóp. Momentumgörbe, ciklikus politópok és lapstruktúrájuk, Gale párossági feltétele. Konvex testek Hausdorff-távolsága. Affin transzformációk, Banach–Mazur-távolság. Ellipszoid, mint affin gömb. Konvex testbe írt legnagyobb, és köréírt legkisebb térfogatú ellipszoidok egyértelmű létezése. A Löwner–John-ellipszoid, a John-tétel általános és centrálszimmetrikus konvex testre.

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Szabó László: Konvex geometria, egyetemi jegyzet, ELTE TTK, Budapest 1996.

G.Horváth Ákos és Lángi Zsolt: Kombinatorikus geometria, egyetemi jegyzet, Polygon, Szeged, 2012.

Branko Grünbaum: Convex Polytopes, Graduate Texts in Mathematics 221, Springer, New York, 2003.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE91AM51 | 2       | 0         | 0     | vizsga      | 2      | kötelezően vál. |

## Nyelvi adatok feldolgozása

**Előkövetelmény: Bevezetés az adattudományba 1**

### Tematika:

A tárgy célja, hogy a nem numerikus, szöveges adatok (web, digitális könyvtárak, blogok) vagy a strukturálatlan (szabad szöveges) mezők nélkül nem értelmezhető strukturált, numerikus, képi adatok feldolgozásához szükséges nyelvi elemzési módszereket megismertesse a hallgatókkal.

Adatgyűjtés. Végesállapotú technológiák. Környezetfüggetlen nyelvtanok. A szavak megszámlálása. Zipf törvényei, hatványtörvények. Indexépítés. A keresőmotorok alapjai. Amit a nyelvészetből tudni kell. A szavak osztályozása. Szótárépítés. Kollokációk, idiómák, többértelműség. Nyelvmodellezés. Súlyozott automaták, Markov-modellek, rejtett Markov, n-gram. Helyesírás-ellenőrzés, nyelvtan-ellenőrzés. Beszédfelismerés, írásfelismerés, beszédkeltés.

Névelemfelismerés. Funkcionális mondatelemzés. Mondat feletti egységek. Érzület-elemzés. Jelentésreprezentáció. Szójelentés, mondatjelentés, diskurzus-jelentés. Logikai modellek, vektormodellek. Gépi fordítás.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

D. Jurafsky, J. H. Martin: An Introduction to Natural Language Processing,  
Prentice Hall, 2009

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|-----------------|
| BMETE90AM48 | 0       | 0         | 0     | félévközi jegy | 2      | kötelezően vál. |

## Önálló kutatási feladat 2

**Tematika:**

A hallgató a félév folyamán egy választott vezető oktató (tutor) szakmai felügyelete mellett egy cikket vagy könyvfejezetet dolgoz fel önállóan a modern matematika köréből. A foglalkozás célja az, hogy a hallgatók elsajátítsák az önálló kutatás elemi szabályait, technikáit: idegen nyelvű szakszöveg pontos értése, könyvtár és internet használat, stb.

A félév végére a hallgató néhány oldalas írott összefoglalást készít a feldolgozott anyagból angol nyelven, amit rövid szemináriumi előadásban ismertet.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                           |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|--------------------------------------|
| BMETE92AM45 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelező (Mérnök)<br>kötelezően vál. |

## Parciális differenciálegyenletek

**Előkövetelmény: Analízis 2 ÉS Kalkulus 2**

**Tematika:**

A parciális differenciálegyenletek fogalma, típusai. Elsőrendű lineáris egyenletek. Konvekciós transzportfolyamatok. Elsőrendű kvázilineáris egyenletek. Parabolikus Cauchy-feladatok. Hővezetési egyenlet, kvalitatív viselkedés (hőmag, hőterjedés). Hiperbolikus Cauchy-feladatok fogalma. Egy térváltozós hullámegyenlet: rezgő húr, utazó és állóhullámok. Két és három térváltozós hullámegyenlet megoldás felszíni integrál segítségével. Elliptikus peremértékfeladatok értelmezése. Elliptikus modellek: stacionárius hőeloszlás, rugalmas csavarás. A megoldás egyértelműsége. A megoldásfogalom problémája. Elméleti háttér áttekintése: Hilbert-terek, Fourier-sorok, szimmetrikus operátorok. A sajátfüggvények szerinti sorfejtés módszere elliptikus peremértékfeladatokra. Elméleti háttér: disztribúciók, Szoboljev-terek, gyenge megoldás. Elliptikus peremértékfeladatok gyenge megoldása. Általánosított sajátértékfeladat. Parabolikus és hiperbolikus vegyes feladatok. Elliptikus alapmegoldás, pontszerű forrás potenciáljának matematikai értelmezése. Green-függvény.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Czách L., Simon L.: Parciális differenciálegyenletek I, Tankönyvkiadó, 1977.  
Simon L., Baderko E.: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek,  
Tankönyvkiadó, 1983.

Besenyi Á., Komornik V., Simon L.: Parciális differenciálegyenletek, elektromikus jegyzet, 2014.

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMEGT35A0?? | 2       | 0         | 0     | félévközi jegy | 3      | kötelező   |

## Pénzügyek

### Tematika:

A tárgy a befektetési és finanszírozási döntések témakörében alapfokú rendszerismeretet valamint alapfokú döntési feladatok készségszintű megoldását tűzi ki célként. A hallgatók megismerik a fontosabb pénzügyi intézményeket, ezek működését, valamint azokat az ügyleteket és pénzügyi terméket, amelyek a pénzügyi piacokat legjobban jellemzik.

Pénzügyi környezet. Pénzügyi rendszer – alapfogalmak és alapelvek. Makrogazdasági tényezők. A pénzügyi közvetítő rendszer. Pénzügyi piacok és piaci struktúrák. Fejlődésük tendenciái. Pénzügyi termékek – értékpapírok. Pénzügyi termékekhez kötődő pénzáramok, pénz időérték számítások. Értékpapírok fogalma, megjelenési formái, csoportosítása. Hitelviszonyt, részesedést megtestesítő értékpapírok, speciális értékpapírok. Értékpapír hozam és árfolyam számítása. Kockázat és hozam preferenciák. Opciók és származtatott ügyletek. Pénzügyi piacok. Pénzpiac és tőkepiac. Elsődleges és másodlagos piac. Azonnali és határidős piac. Állampapírpiac. Devizapiac. Budapesti Értéktőzsde. Banki működés alapjai. A banki működés jellemzői, a bankszektor szabályozása. Banki tevékenység, likviditás és kockázatkezelés. Aktív és passzív bankügyletek. Befektetés elemzés. Vállalati projekt, reáleszköz beruházás gazdasági elemzése. Projekt és vállalatfinanszírozás kérdései. Pénzügyi befektetések elemzési eszközei.

### Jegyzet, tankönyv, irodalom:

Magyar Gábor: Pénzügyi navigátor, Budapest, 2004.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus      |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|-----------------|
| BMETE95AM32 | 2       | 2         | 0     | vizsga      | 4      | kötelezően vál. |

## Statisztika 2

### Előkövetelmény: Valószínűségszámítás 1

### Tematika:

Statisztikai alapfogalmak, statisztikai mező, statisztikai minta, Glivenko–Cantelli-tétel. Kolmogorov–Szmirnov-tételkör. Rendezett minták elmélete. Elégségesség, Neyman–Fisher-faktorizáció, teljesség, exponenciális eloszláscsalád. Becslélmélet. Pontbecslések, tételek a hatásos becslésre és a konzisztenciára. Fisher-információ, Cramer–Rao-egyenlőtlenség. Rao–Blackwellizálás és alkalmazása becslések hatásosságának verifikálására. Becslési módszerek: ML becslés aszimptotikája, momentumok módszere, Bayes-becslés. Intervallumbecslések. Konfidenciaintervallum konstruálása a normális eloszlás várható értékére. Hipotézisvizsgálat. Statisztikai próbák elmélete és konstruálása. Neyman–Pearson-alaplemma és kiterjesztése összetett hipotézisekre. Paraméteres próbák (egy- és kétmintás u-, t-, F-próba és erőfüggvé-



nyek vizsgálatára). Nemparaméteres próbák. Chi-négyzet statisztika aszimptotikus eloszlása és alkalmazásai. Szekvenciális eljárások, Wald-féle valószínűséghányados próba. Lineáris modell, legkisebb négyzetek módszere. Gauss–Markov-tétel.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Bolla M., Krámlí A.: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2012.

Móri F. T., Szeidl L., Zempléni A.: Matematikai statisztika példatár, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1997.

| tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény | kredit | tárgytípus                            |
|-------------|---------|-----------|-------|-------------|--------|---------------------------------------|
| BMETE95AM30 | 3       | 1         | 0     | Vizsga      | 4      | kötelező (Sztoch.)<br>kötelezően vál. |

## Valószínűesszámítás 2

**Előkövetelmény: Sztochasztikus folyamatok ÉS Mértékelmélet**

**Tematika:**

Diszkrét és abszolút folytonos konvolúció. Gamma eloszlás, Poisson-folyamat. Alkalmazások. Generátorfüggvény. Alkalmazások: Galton–Watson-folyamat, bolyongás elérési ideje, rekurrencia/tranziencia. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. Nagy számok gyenge törvénye. Alkalmazások. Borel–Cantelli-lemma. Nagy számok erős törvénye negyedik momentummal. Kolmogorov-egyenlőtlenség. Kolmogorov három-sor-tétel. Nagy számok erős törvénye, első momentummal. Chernoff–Hoeffding-korlát, Bernstein-egyenlőtlenség. Nagy eltérések: Kramer-tétel. Karakterisztikus függvény. Alaptulajdonságok. Momentum-probléma. Regularitás. Inverzió. Valószínűségi eloszlások gyenge konvergenciája. Feszesség, Helly–Prohorov-tétel. Lévy-féle folytonossági tétel. Centrális határeloszlás-tétel teljes pompájában.

**Jegyzet, tankönyv, irodalom:**

Rényi Alfréd: Valószínűesszámítás. Tankönyvkiadó 1972

Richard Durrett: Probability Theory with Examples, 4th edition, Cambridge U. Press, 2010

| Tárgykód    | előadás | gyakorlat | labor | követelmény    | kredit | tárgytípus |
|-------------|---------|-----------|-------|----------------|--------|------------|
| BMETE90AM47 | 0       | 0         | 10    | félévközi jegy | 10     | kötelező   |

## Szakedolgozat-készítés

**Előkövetelmény: 144 teljesített kredit ÉS a kritérium tárgyak teljesítése**

**Tematika:**

E tárgy keretében készítik el a végzős hallgatók szakedolgozatukat, amelyben számot adnak arról, hogy az elsajátított ismereteket önállóan és alkotó módon tudják használni.

# A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR VEZETÉSE ÉS HALLGATÓI KÉPVISELETE

**A Dékáni Hivatalának címe:** 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. K. épület I. em. 18.

**Dékan:** DR. PIPEK JÁNOS egyetemi docens

## **Dékánhelyettesek:**

Gazdasági: DR. VARGA IMRE egyetemi docens

Nemzetközi és tudományos: DR. KÁROLYI GYÖRGY egyetemi tanár

Oktatási: DR. PROK ISTVÁN egyetemi docens

## **Dékáni Hivatal:**

Hivatalvezető: ADAMIS-SZÉL VIKTÓRIA

Titkárság: Telefon: 463-3561, Fax: 463-3560

Gazdasági csoport: Telefon: 463-3756

Tanulmányi csoport: Telefon: 463-1919

## **Kari Hallgatói Képviselő**

Elnök: KOVÁCS SZILVIA

Cím: 1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11., Kármán Tódor Kollégium

Telefon: 06-20-435-2482

E-mail: [hk@wigner.bme.hu](mailto:hk@wigner.bme.hu)

Web: <http://hk.wigner.bme.hu>

## **Kari lap: *Pikkász*:**

Szerkesztőség: 1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11., Kármán Tódor Kollégium

E-mail: [ttkhk@lists.ktk.bme.hu](mailto:ttkhk@lists.ktk.bme.hu)

Web: <http://karilap.blogspot.com>

# A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR INTÉZETEI ÉS TANSZÉKEI

**Fizikai Intézet** – igazgató: DR. ZARÁND GERGELY, egyetemi tanár

1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.

Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

**Atomfizika Tanszék** – tanszékvezető: DR. KOPPA PÁL egyetemi tanár

1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 44.

Telefon: 463-4193, Fax: 463-4194

**Elméleti Fizika Tanszék** – tanszékvezető: DR. SZUNYOGH LÁSZLÓ egyetemi tanár

1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.

Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

**Fizika Tanszék** – tanszékvezető: DR. HALBRITTER ANDRÁS egyetemi docens

1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., II. em. 16.

Telefon: 463-2312, Fax: 463-4180

**Kognitív Tudományi Tanszék** – tanszékvezető: DR. LUKÁCS ÁGNES egyetemi docens

1111 Budapest, Egry József utca 1. T épület, V. em. 506.

Telefon: 463-1273, Fax: 463-1072

**Matematika Intézet** – igazgató: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, III. em. 312.

Telefon: 463-2762, Fax: 463-2761

**Algebra Tanszék** – tanszékvezető: DR. NAGY ATTILA, egyetemi docens

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 504.

Telefon: 463-2094, Fax: 463-1780

**Analízis Tanszék** – tanszékvezető: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 25.

Telefon: 463-2324, Fax: 463-3172

**Differenciálegyenletek Tanszék** – tanszékvezető: DR. ILLÉS TIBOR egyetemi docens

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, IV. em. 42.

Telefon: 463-2140, Fax: 463-1291

**Geometria Tanszék** – tanszékvezető: DR. G. HORVÁTH ÁKOS egyetemi docens

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 22.

Telefon: 463-2645, Fax: 463-1050

**Sztochasztika Tanszék** – tanszékvezető: DR. SIMON KÁROLY egyetemi tanár

1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 507.

Telefon: 463-1101, Fax: 463-1677

**Nukleáris Technikai Intézet** – igazgató: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens

1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B

Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

**Atomenergetika Tanszék** – tanszékvezető: DR. SZALÓKI IMRE egyetemi docens

1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B

Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

**Nukleáris Technika Tanszék** – tanszékvezető: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens

1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B

Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954